

DISEQUAZIONI di PRIMO GRADO

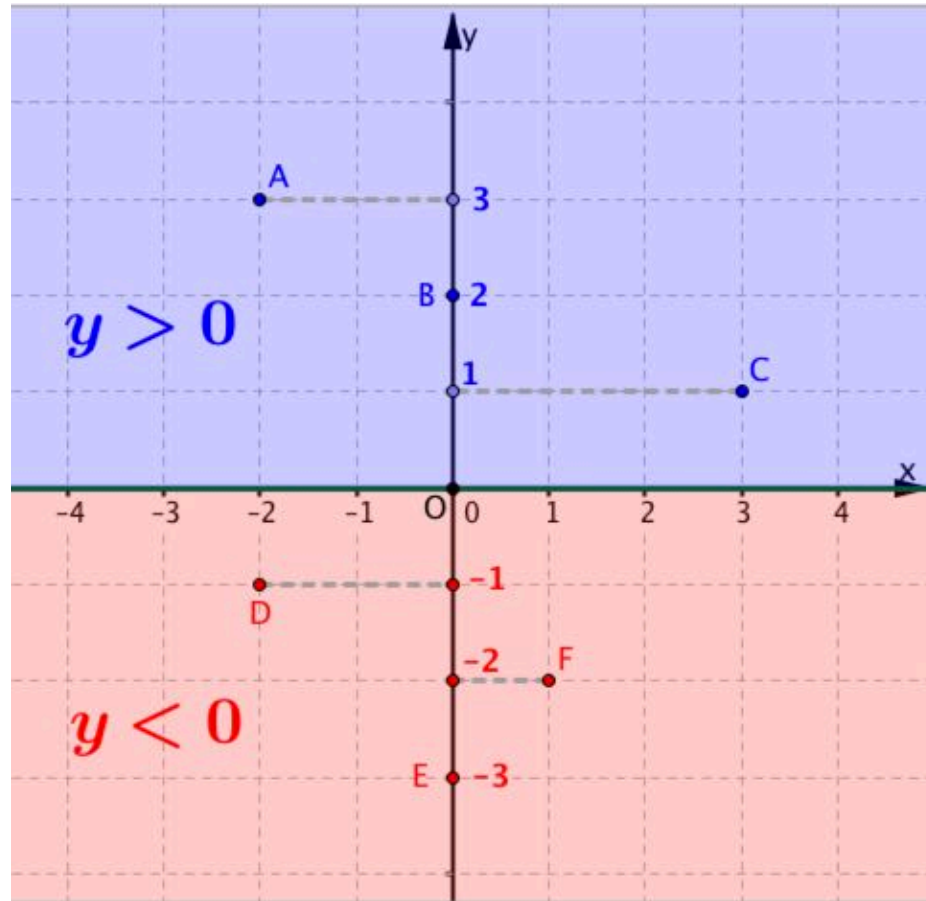
Dal grafico alle formule

Il 'segno' di un semipiano nel riferimento cartesiano

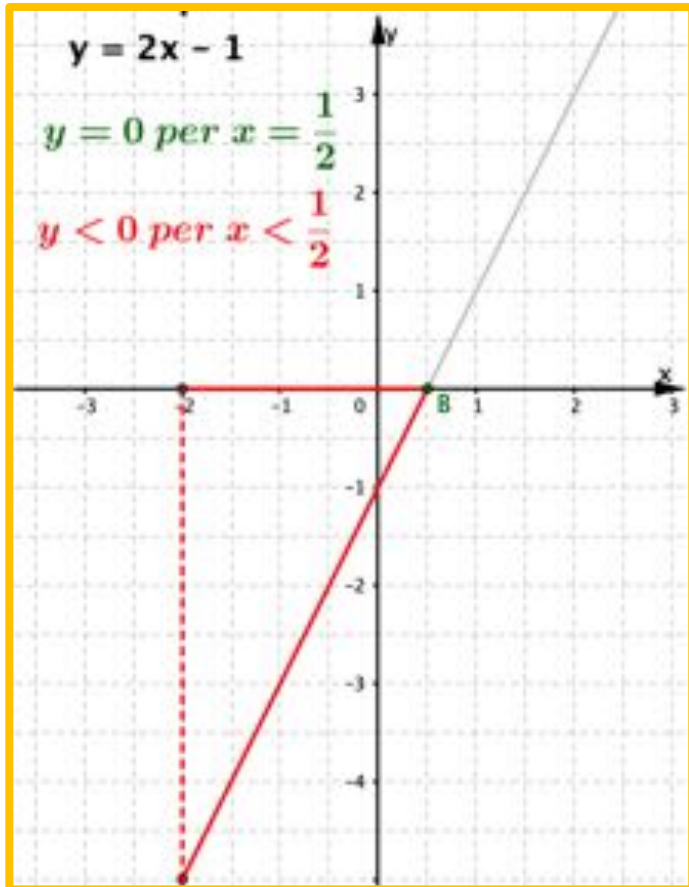
Tutti i punti 'sopra'
l'asse delle x hanno
l'ordinata **y positiva**
 $y > 0$

Tutti i punti dell'asse
delle x hanno l'ordinata
 $y = 0$

Tutti i punti 'sotto'
l'asse delle x hanno
l'ordinata **y negativa**
 $y < 0$



Dal grafico di una retta al segno di un binomio di 1°

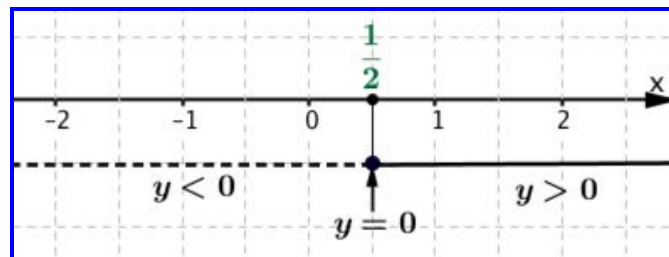


A. Retta con pendenza positiva 2.

Tutti i punti della retta
'sopra l'asse delle x' hanno
l'ordinata **y positiva** e
l'ascissa '**x a destra di 1/2**'.

Tutti i punti della retta
'sotto l'asse delle x' hanno
l'ordinata **y negativa** e
l'ascissa '**x a sinistra di 1/2**'.

Riassumo il segno del binomio con uno schema grafico

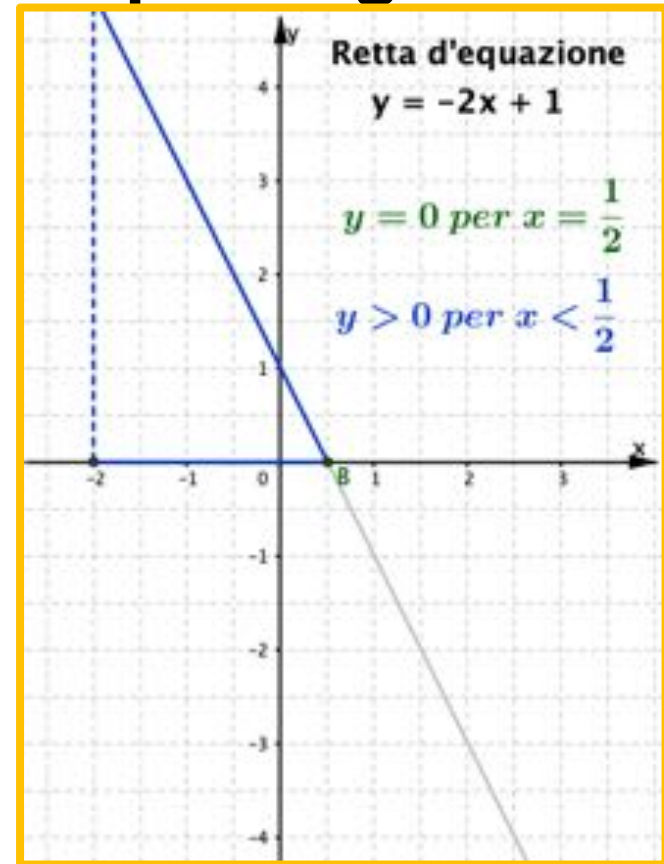


Dal grafico di una retta al segno di un binomio di primo grado

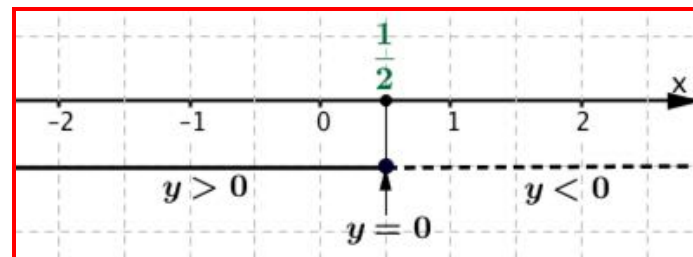
B. Retta con pendenza negativa -2.

Tutti i punti della retta
'sopra l'asse delle x ' hanno
l'ordinata y positiva e
l'ascissa ' x a sinistra di $\frac{1}{2}$ '.

Tutti i punti della retta
'sotto l'asse delle x ' hanno
l'ordinata y negativa e
l'ascissa ' x a destra di $\frac{1}{2}$ '.

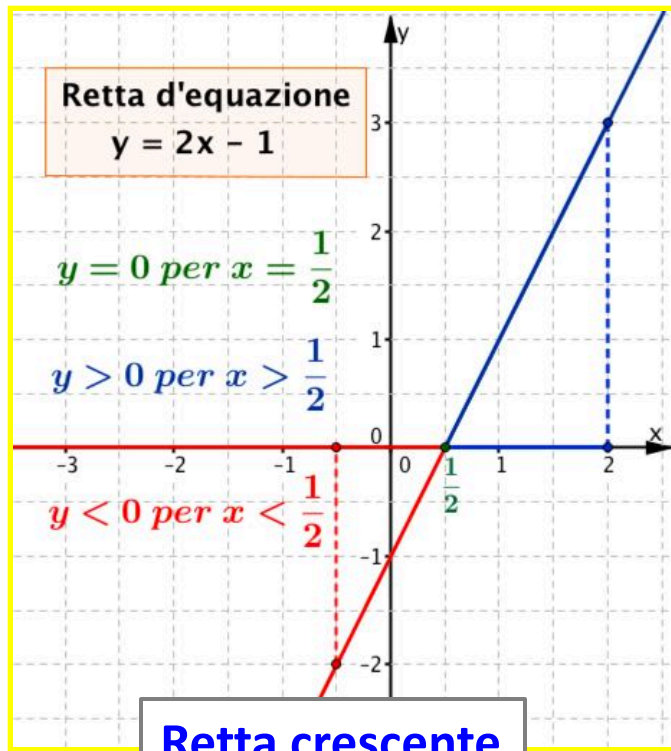


Riassumo il segno del binomio con uno schema grafico

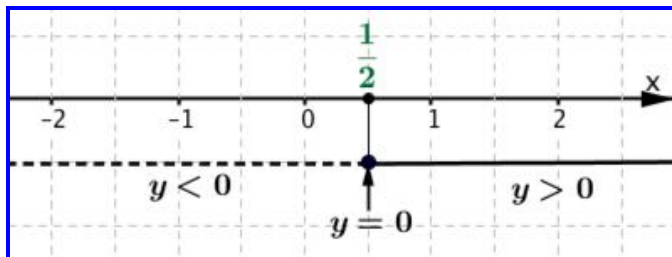


Confronto i due casi

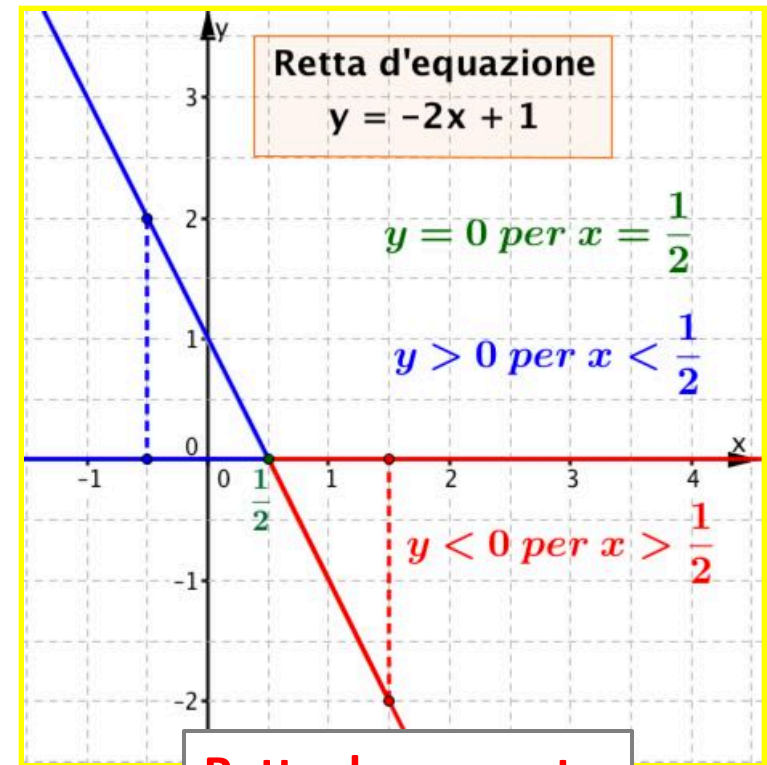
A. Retta con pendenza positiva 2.



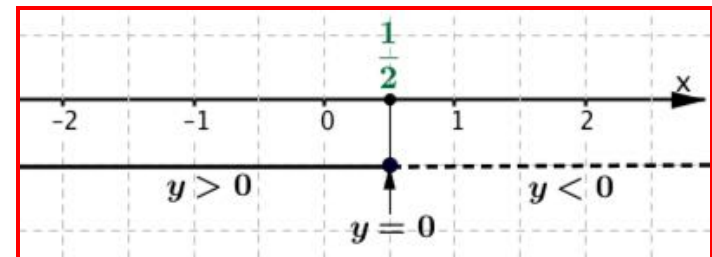
Retta crescente



B. Retta con pendenza negativa -2.

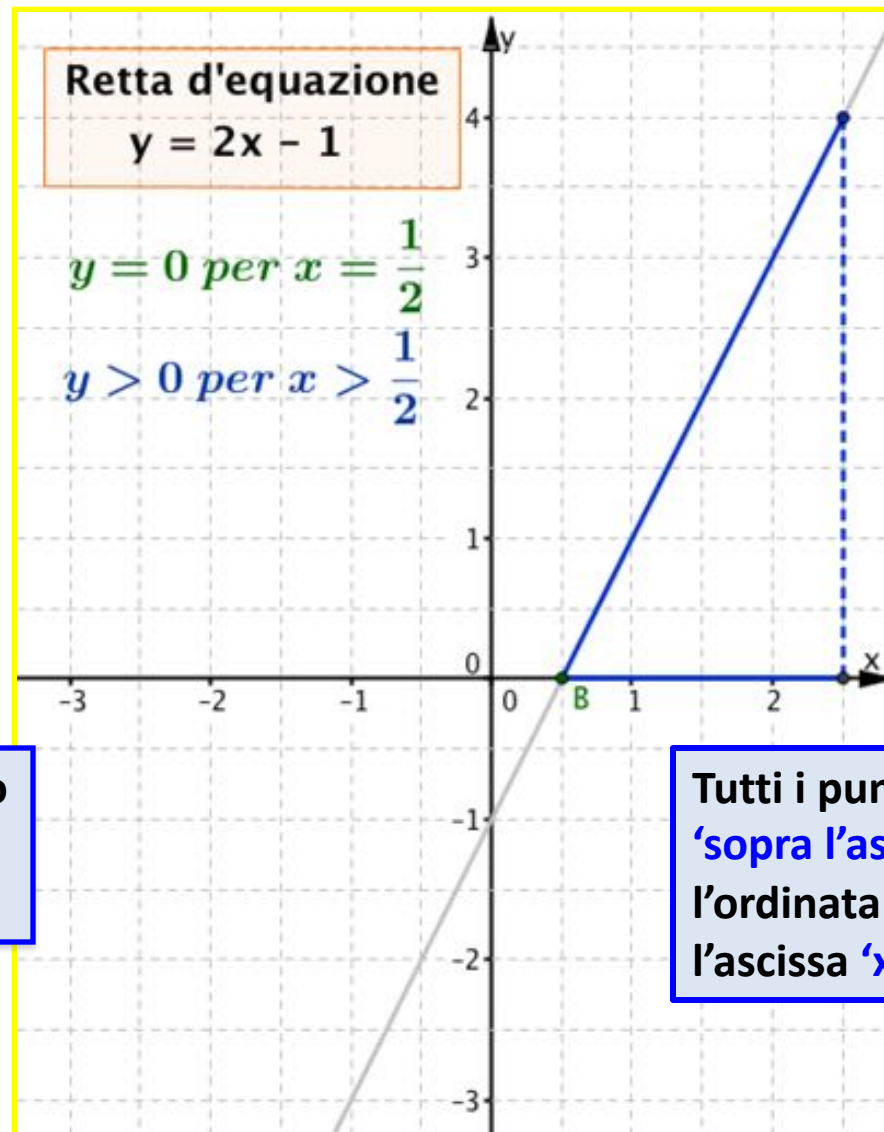


Retta decrescente



Dal segno di un binomio a una disequazione di primo grado

x	$y = 2x - 1$
0	-1
$\frac{1}{2}$	0
1	1
$\frac{3}{2}$	2
2	3



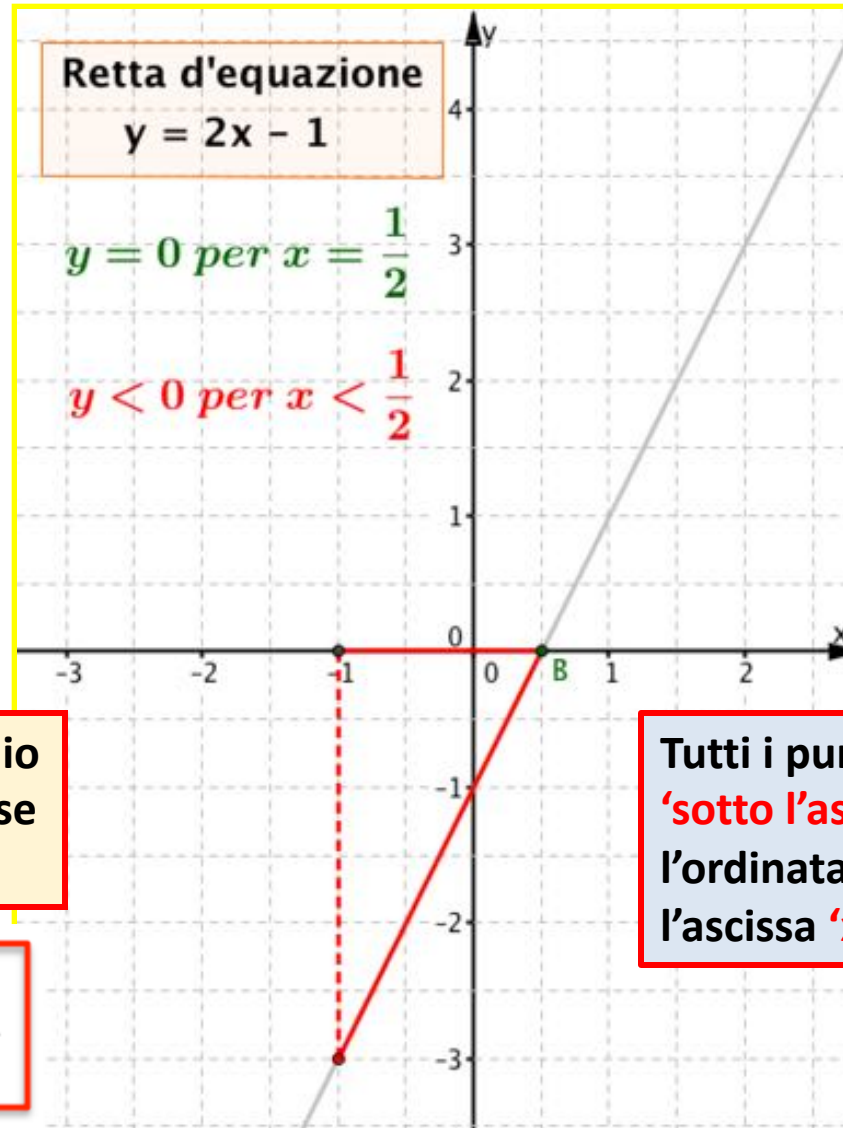
Il risultato y del binomio $2x - 1$ è positivo solo se x è più grande di $\frac{1}{2}$.

$$2x - 1 > 0 \text{ per } x > \frac{1}{2}$$

Tutti i punti della retta 'sopra l'asse delle x ' hanno l'ordinata y positiva e l'ascissa ' x a destra di $\frac{1}{2}$ '.

Dal segno di un binomio a una disequazione di primo grado

x	$y = 2x - 1$
-1	-3
$-\frac{1}{2}$	-2
0	-1
$\frac{1}{2}$	0
1	1

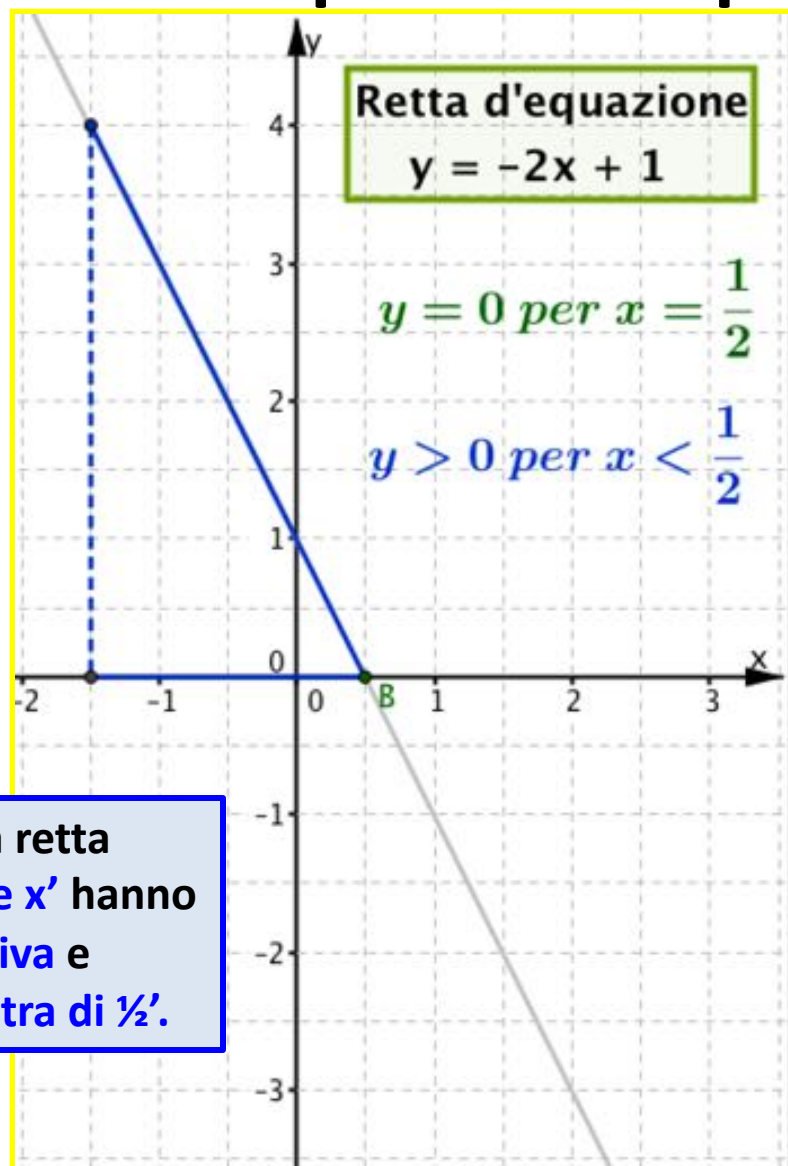


Il risultato y del binomio $2x - 1$ è negativo solo se x è più piccola di $\frac{1}{2}$.

$$2x - 1 < 0 \text{ per } x < \frac{1}{2}$$

Tutti i punti della retta 'sotto l'asse delle x ' hanno l'ordinata y negativa e l'ascissa ' x a sinistra di $\frac{1}{2}$ '.

Dal segno di un binomio a una disequazione di primo grado



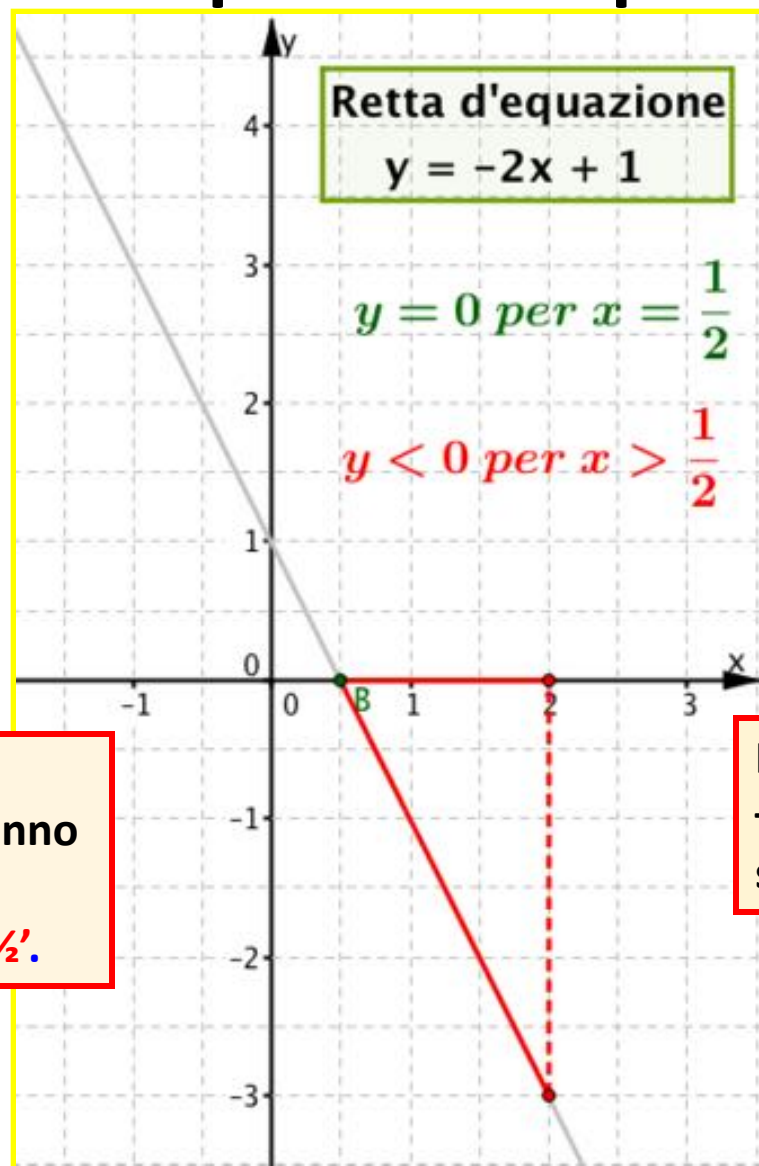
Tutti i punti della retta
'sopra l'asse delle x ' hanno
l'ordinata y positiva e
l'ascissa ' x a sinistra di $\frac{1}{2}$ '.

x	$y = -2x + 1$
-1	3
$-\frac{1}{2}$	2
0	1
$\frac{1}{2}$	0
1	-1

Il risultato y del binomio
 $-2x + 1$ è **positivo** solo
se x è più piccola di $\frac{1}{2}$.

$$-2x + 1 > 0 \text{ per } x < \frac{1}{2}$$

Dal segno di un binomio a una disequazione di primo grado



x	$y = -2x + 1$
0	1
$\frac{1}{2}$	0
1	-1
$\frac{3}{2}$	-2
2	-3

Tutti i punti della retta
'sotto l'asse delle x ' hanno
l'ordinata y negativa e
l'ascissa ' x a destra di $\frac{1}{2}$ '.

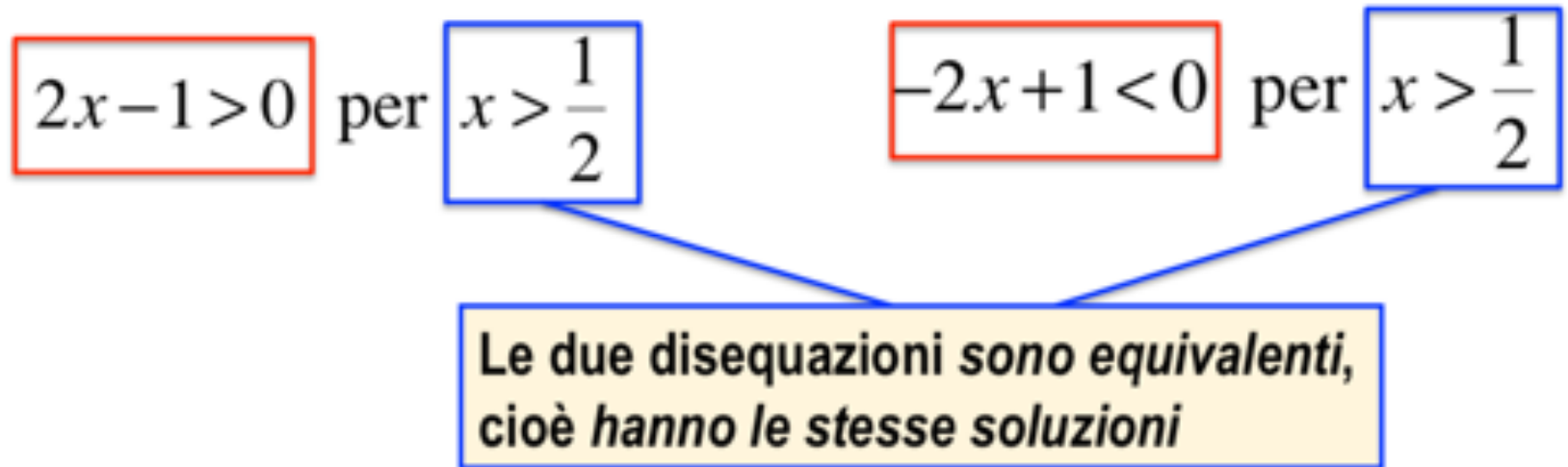
Il risultato y del binomio
 $-2x + 1$ è **negativo** solo
se x è più grande di $\frac{1}{2}$.

$$-2x + 1 < 0 \text{ per } x > \frac{1}{2}$$

Il linguaggio dell'algebra: disequazioni di 1° grado



Il linguaggio dell'algebra: equazioni e disequazioni equivalenti



***E sono anche equivalenti le seguenti
EQUAZIONI***

$$2x - 1 = 0 \quad \text{per} \quad x = \frac{1}{2}$$

$$-2x + 1 = 0 \quad \text{per} \quad x = \frac{1}{2}$$

Il linguaggio dell'algebra:

equazioni e disequazioni equivalenti

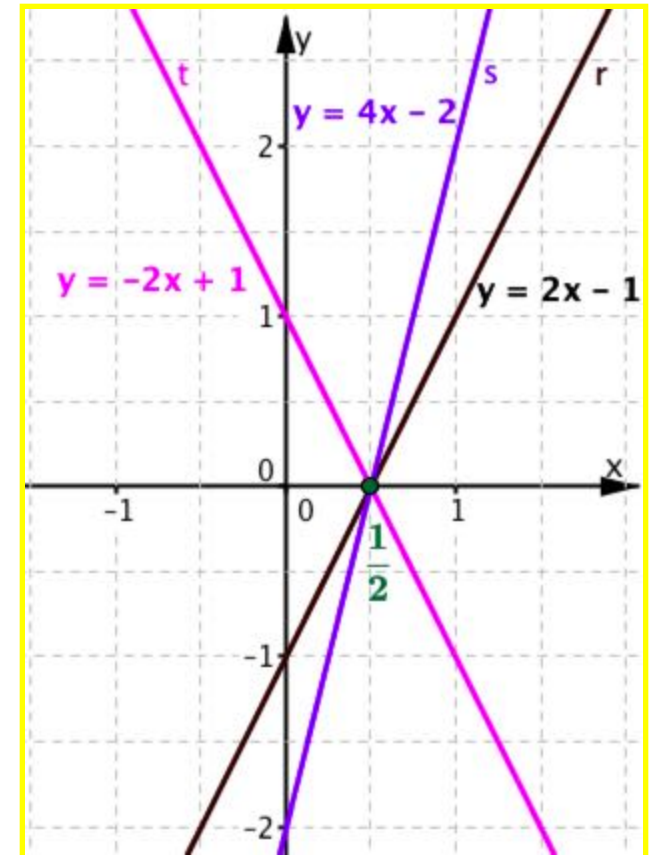
Equazione	Disequazione	Procedimento
$x = -x + 1$	$x > -x + 1$	Aggiungo ai due membri la stessa espressione $(x - 1)$
Equazione equivalente	Disequazione equivalente	
$x + x - 1 = -x + 1 + x - 1$ $\Downarrow$ $2x - 1 = 0$ $\Downarrow$ $x = \frac{1}{2}$	$x + x - 1 > -x + 1 + x - 1$ $\Downarrow$ $2x - 1 > 0$ $\Downarrow$ $x > \frac{1}{2}$	

Il linguaggio dell'algebra: equazioni equivalenti

Equazione	Equazione equivalente	Procedimento
$4x - 2 = 0$	$\frac{1}{2}(4x - 2) = \frac{1}{2} \cdot 0$ $\Downarrow$ $2x - 1 = 0$	Moltiplico i due membri per lo stesso numero positivo $\frac{1}{2}$
$-2x + 1 = 0$	$(-1) \cdot (-2x + 1) = 0$ $\Downarrow$ $2x - 1 = 0$	Moltiplico i due membri per lo stesso numero negativo (-1)

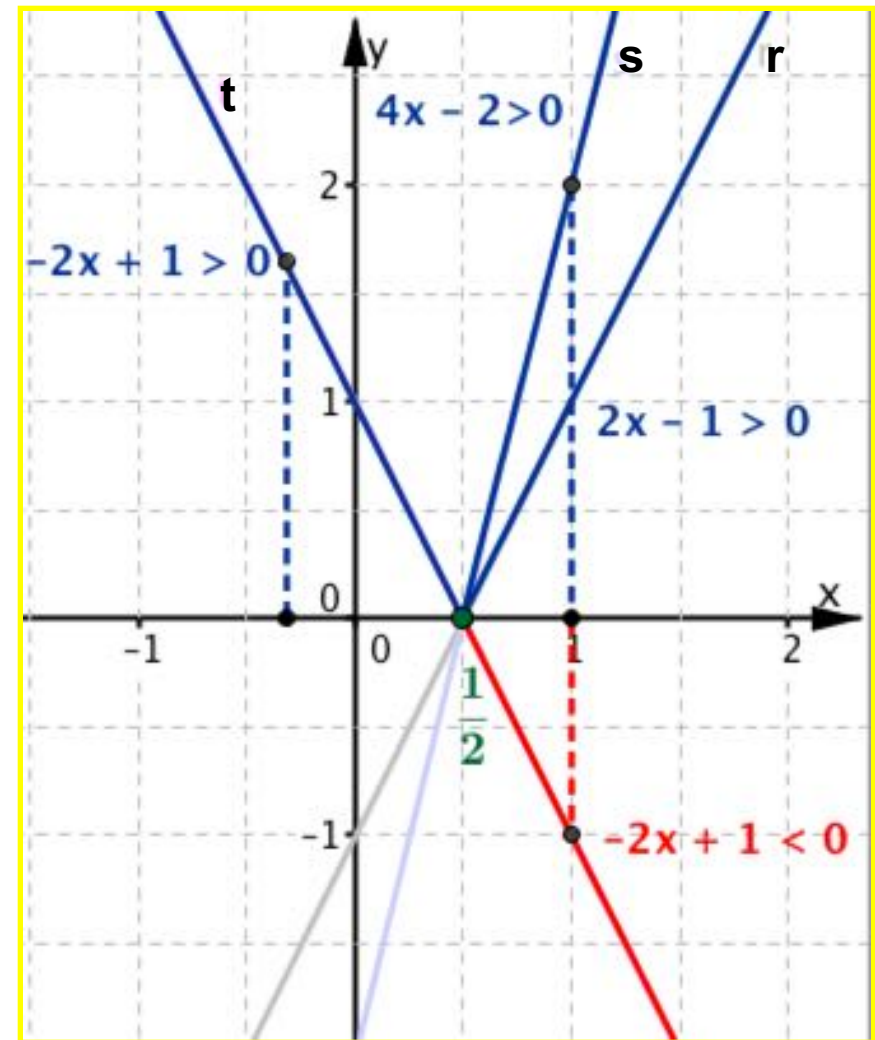
I grafici aiutano a 'vedere'

Le tre rette r , s e t intersecano l'asse delle x nello stesso punto di ascissa $\frac{1}{2}$



Il linguaggio dell'algebra: disequazioni equivalenti

Disequazione	Disequazione equivalente	Procedimento
$4x - 2 > 0$	$\frac{1}{2}(4x - 2) > \frac{1}{2} \cdot 0$ $\Downarrow$ $2x - 1 > 0$ $\Downarrow$ $x > \frac{1}{2}$	Moltiplico i due membri per lo stesso numero positivo $\frac{1}{2}$
$-2x + 1 > 0$	$(-1) \cdot (-2x + 1) > 0$ $\Downarrow$ $2x - 1 > 0$ <p>NON è equivalente È invece equivalente</p> $2x - 1 < 0$ $\Downarrow$ $x < \frac{1}{2}$	Moltiplico i due membri per lo stesso numero negativo (-1)



I grafici aiutano a ‘vedere’
Le rette r ed s sono ‘sopra l’asse delle x ’ per $x > \frac{1}{2}$. Invece t , che ha pendenza negativa, è ‘sopra l’asse x ’ per $x < \frac{1}{2}$.

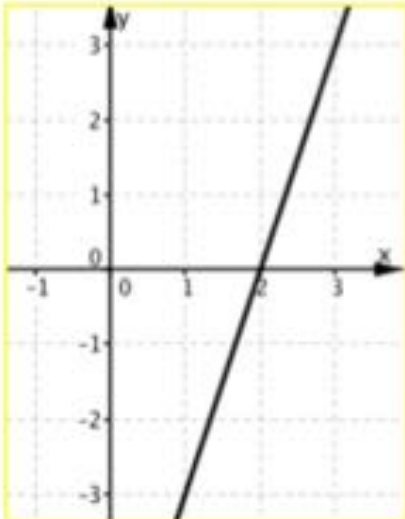
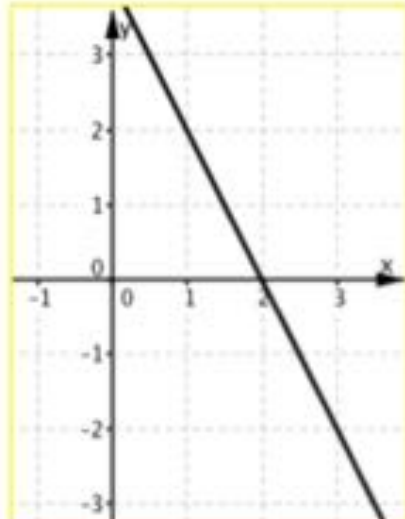
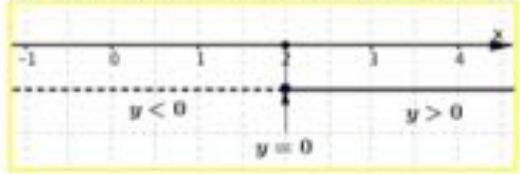
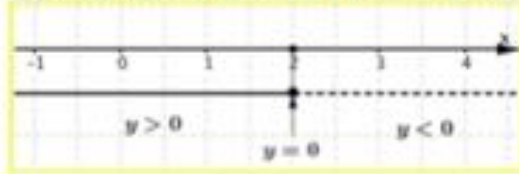
ATTIVITA'

**Completa la scheda di lavoro
per studiare il segno di binomi
e risolvere disequazioni di primo grado**

Che cosa hai trovato

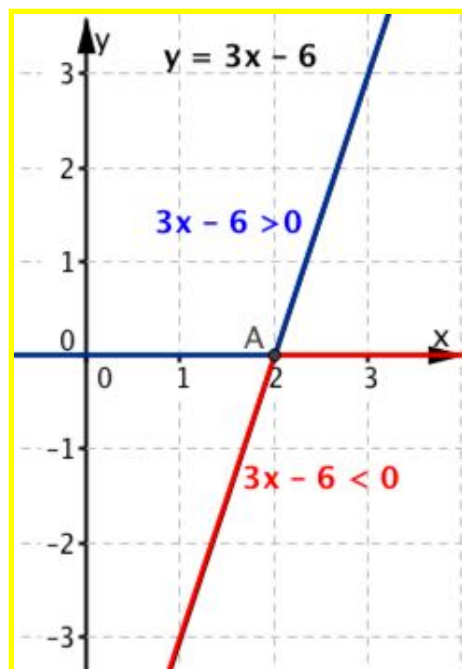
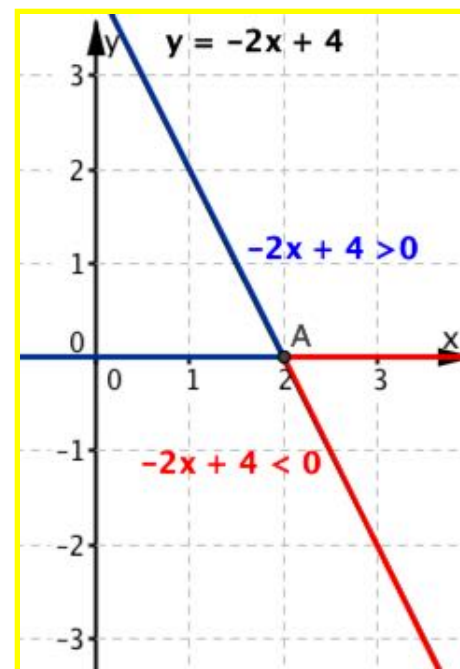
Segno di un binomio di primo grado

1. Traccia il grafico delle rette e completa la tabella.

$y = 3x - 6$	$y = -2x + 4$
	
Intersezione della retta con asse x $y = 0 \quad 3x - 6 = 0$ per $x = 2$	Intersezione della retta con asse x $y = 0 \quad -2x + 4 = 0$ per $x = 2$
Segno del binomio $y = 3x - 6$ 	Segno del binomio $y = -2x + 4$ 

Dal segno di un binomio alle disequazioni di primo grado

Disequazione	Soluzioni	Retta disegnata per risolvere la disequazione	Punti della retta osservati
$3x - 6 > 0$	$x > 2$	$y = 3x - 6$	Sopra l'asse delle x
$3x - 6 < 0$	$x < 2$	$y = 3x - 6$	Sotto l'asse delle x
$-2x + 4 > 0$	$x < 2$	$y = -2x + 4$	Sopra l'asse delle x
$-2x + 4 < 0$	$x > 2$	$y = -2x + 4$	Sotto l'asse delle x



Disequazioni di primo grado equivalenti

<i>Disequazione</i>	<i>Disequazione equivalente</i>	<i>Procedimento</i>
$3x - 6 > 0$	$3x - 6 + 6 > 0 + 6 \Rightarrow 3x > 6$	Aggiungo 6 ai due membri
$3x > 6$	$\frac{1}{3} \cdot 3x > \frac{1}{3} \cdot 6 \Rightarrow x > 2$	Moltiplico per $\frac{1}{3}$ i due membri
$-2x + 4 > 0$	$-2x + 4 - 4 > 0 - 4 \Rightarrow -2x > -4$	Sottraggo 4 ai due membri
$-2x \boxed{>} -4$	$-\frac{1}{2} \cdot (-2x) \boxed{<} -\frac{1}{2} \cdot (-4) \Rightarrow x \boxed{<} 2$	Moltiplico per $(-\frac{1}{2})$ i due membri e cambio segno di disuguaglianza

Risolvere disequazioni di primo grado con metodi algebrici

Disequazione	Procedimento	Tutte le soluzioni
$2x > 5$	$\frac{1}{2} \cdot 2x > \frac{1}{2} \cdot 5$	$x > \frac{5}{2}$
$-2x \geq 5$	$-\frac{1}{2} \cdot (-2x) \leq -\frac{1}{2} \cdot 5$ ATTENZIONE!	$x \leq -\frac{5}{2}$
$x + 3 < 5$	$x + 3 - 3 < 5 - 3$	$x < 2$
$4 > \frac{1}{2}x + 1$	$4 - 1 > \frac{1}{2}x + 1 - 1 \Rightarrow 3 > \frac{1}{2}x \Rightarrow 2 \cdot 3 > 2 \cdot \frac{1}{2}x$	$6 > x \Leftrightarrow x < 6$ ATTENZIONE!
$-\frac{1}{2}x \leq 3$	$(-2) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)x \geq (-2) \cdot 3$ ATTENZIONE!	$x \geq -6$
$-7x + 3 < -4x + 9$	$-7x + 3 + 4x - 3 < -4x + 9 + 4x - 3$ $-3x < 6 \Rightarrow -\frac{1}{3} \cdot (-3x) > -\frac{1}{3} \cdot 6$	$x > -2$
$2x > 2x + 5$	$2x - 2x > 2x + 5 - 2x \Rightarrow 0 > 5$	Nessun numero reale
$2x + 7 > 2x + 5$	$2x - 2x + 7 > 2x + 5 - 2x \Rightarrow 7 > 5$	Tutti i numeri reali

Disequazione
impossibile

Disequazione
indeterminata

Riflessioni sui procedimenti algebrici

Attenzione alle diverse proprietà di uguaglianze/equazioni e disuguaglianze/disequazioni

Uguaglianze/Equazioni	Proprietà
$\frac{6}{3} = 2 \Leftrightarrow 2 = \frac{6}{3}$	<i>Simmetrica</i> Si trova anche nel linguaggio comune; ad esempio: se Anna è coetanea di Sofia, anche Sofia è coetanea di Anna.
$x = 2 \Leftrightarrow 2 = x$	
Disuguaglianze/Disequazioni	Proprietà
$4 > 2 \Leftrightarrow 2 < 4$ $3 < 5 \Leftrightarrow 5 > 3$	Si trova anche nel linguaggio comune; esempi: - se Irene è più alta di Sofia, Sofia è più bassa di Irene; - se un arancio è più grosso di una ciliegia, una ciliegia è più piccola di un arancio.
$x > 2 \Leftrightarrow 2 < x$ $x < 1 \Leftrightarrow 1 > x$	

Riflessioni sui procedimenti algebrici

Attenzione alle diverse proprietà di uguaglianze/equazioni e disuguaglianze/disequazioni

Uguaglianze/Equazioni	Proprietà
$\frac{1}{2} = \frac{3}{6} \Rightarrow 3 = 3$	Moltiplico per uno stesso numero positivo [6] i due membri di un'uguaglianza vera e ottengo un'uguaglianza vera.
$\frac{1}{2} = \frac{3}{6} \Rightarrow -3 = -3$	Moltiplico per uno stesso numero negativo [-6] i due membri di un'uguaglianza vera e ottengo un'uguaglianza vera.
$\frac{1}{2}x = 3 \Rightarrow x = 6$	Moltiplico per uno stesso numero positivo [2] i due membri di un'equazione e ottengo un'equazione equivalente.
$-\frac{1}{2}x = 3 \Rightarrow x = -6$	Moltiplico per uno stesso numero negativo [-2] i due membri di un'equazione e ottengo un'equazione equivalente.
Disuguaglianze/Disequazioni	Proprietà
$\frac{1}{2} > \frac{1}{6} \Rightarrow 3 > 1$	Moltiplico per uno stesso numero positivo [6] i due membri di una disuguaglianza vera e ottengo una disuguaglianza vera.
$-\frac{1}{2} \leq 1 \Rightarrow 1 \geq -2$	Moltiplico per uno stesso numero negativo [-2] i due membri di una disuguaglianza vera e ottengo una disuguaglianza vera solo se cambio il segno di disuguaglianza.
$\frac{1}{2}x < 1 \Rightarrow x < 2$	Moltiplico per uno stesso numero positivo [2] i due membri di una disequazione e ottengo una disequazione equivalente.
$-\frac{1}{2}x \leq 1 \Rightarrow x \geq -2$	Moltiplico per uno stesso numero negativo [-2] i due membri di una disequazione e ottengo una disequazione equivalente solo se cambio il segno di disuguaglianza.

Riflessioni sui procedimenti algebrici

Qualcuno pensa di moltiplicare per 0 i due membri di un'uguaglianza/equazione o di una disuguaglianza/disequazione?

Uguaglianza/Equazione

$$\begin{array}{ll} 2 = 3 & 5 = -5 \\ 6 = 6 & 3 + 2 = 5 \\ 2x = 1 & 3x = x - 4 \end{array}$$

$0 = 0$
Uguaglianza vera

**Moltiplico per 0
i due membri**

Disuguaglianza/Disequazione

$$\begin{array}{ll} 2 > 3 & 5 < -5 \\ 6 > 6 & 3 + 2 < 5 \\ 2x > 1 & 3x < x - 4 \end{array}$$

$0 > 0$ oppure $0 < 0$
Disuguaglianze false

Risolvere un problema con disequazioni di primo grado

TARIFFE TELEFONICHE

Una compagnia telefonica propone le seguenti offerte di telefonia mobile:

- Tariffa A: 30 euro al mese per telefonate illimitate verso fissi e cellulari in Italia.
 - Tariffa B: 0,10 euro al minuto per telefonate verso fissi e telefonate in Italia.
- a. Quale offerta è più conveniente per l'utente 1 che consuma 270 minuti di telefonate al mese?
- b. Quale offerta è più conveniente per l'utente 2 che consuma 350 minuti di telefonate al mese?

Completa qui il procedimento per rispondere ai quesiti.

Indico con x il numero di minuti e ottengo:

- Costo mensile (in euro) della tariffa A: 30
- Costo mensile (in euro) della tariffa B: $0,1x$

La tariffa B è più conveniente della A se risulta:

$$0,1x < 30$$

Hai 'tradotto' il problema in una disequazione.

ABBONAMENTI CELLULARI



Risolvere un problema con una disequazione di primo grado

Risolvo la disequazione

$$0,1x < 30$$

Procedimento algebrico

Moltiplico per 10 i due membri della disequazione. E ottengo le soluzioni

$$x < 300$$

10 è un
numero
positivo

Risolvere un problema con disequazione di primo grado

Procedimento grafico

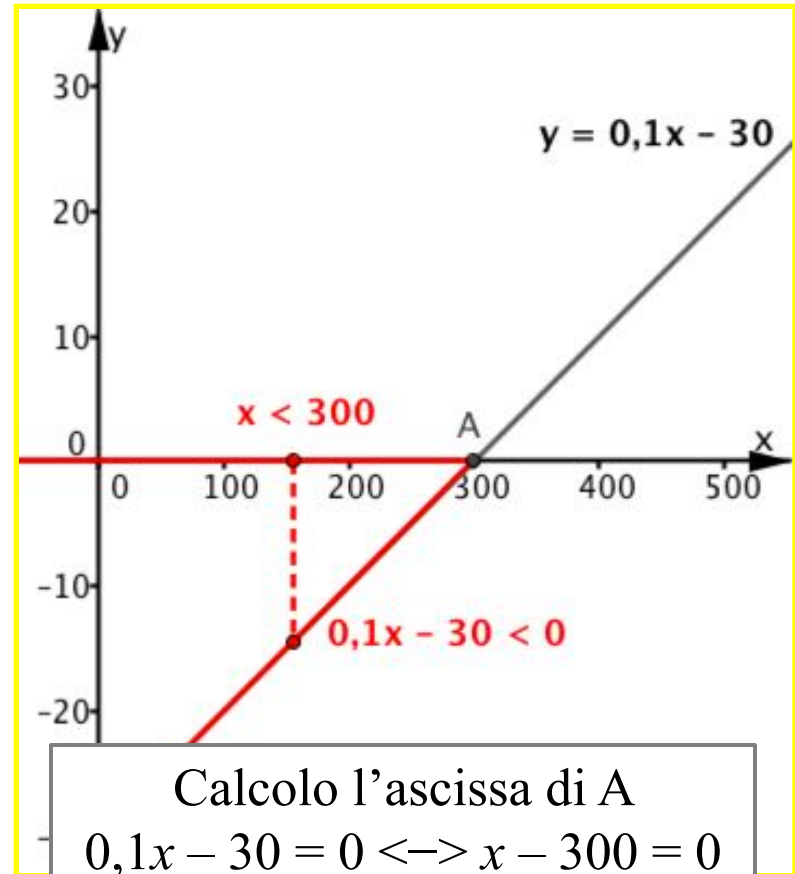
Sottraggo 30 ai due membri e ottengo

$$0,1x - 30 < 0$$

Disegno la retta $y = 0,1x - 30$

Trovo $0,1x - 30 < 0$ per $x < 300$

Con le soluzioni della disequazione rispondo ai due quesiti del problema



- a. Per l'utente 1, che consuma 270 minuti, è più conveniente la tariffa **B**
- b. Per l'utente 2, che consuma 350 minuti, è più conveniente la tariffa **A**