

Risolvere equazioni di secondo grado. Esercizi.

Parabole ed equazioni di secondo grado

Gli esercizi dall'1 al 32 richiedono di:

- confrontare e risolvere equazioni di primo e secondo grado;
- interpretare i risultati dal punto di vista grafico.

Obiettivo di questi esercizi è prevenire la confusione fra equazioni di primo ed equazioni di secondo grado incomplete.

Esamina le equazioni assegnate negli esercizi dall'1 al 12 e risolvi i seguenti quesiti:

- indica quale equazione è di primo e quale di secondo grado;
- calcola le soluzioni di ogni equazione;
- interpreta graficamente le soluzioni ottenute;
- spiega perché la prima equazione ha una sola soluzione, mentre la seconda equazione ha due soluzioni.

- | | |
|---------------------------------------|-------------------------------------|
| 1. $x - 9 = 0$ | $x^2 - 9 = 0$ |
| 2. $x - 1 = 0$ | $x^2 - 1 = 0$ |
| 3. $4x - 1 = 0$ | $4x^2 - 1 = 0$ |
| 4. $9x - 1 = 0$ | $9x^2 - 1 = 0$ |
| 5. $4x - 9 = 0$ | $4x^2 - 9 = 0$ |
| 6. $\frac{1}{4}x - 1 = 0$ | $\frac{1}{4}x^2 - 1 = 0$ |
| 7. $\frac{1}{4}x - 9 = 0$ | $\frac{1}{4}x^2 - 9 = 0$ |
| 8. $x - 3 = 0$ | $x^2 - 3 = 0$ |
| 9. $x - 5 = 0$ | $x^2 - 5 = 0$ |
| 10. $2x - 9 = 0$ | $2x^2 - 9 = 0$ |
| 11. $-\frac{4}{5}x + \frac{5}{4} = 0$ | $-\frac{4}{5}x^2 + \frac{5}{4} = 0$ |
| 12. $-\frac{3}{2}x + \frac{2}{3} = 0$ | $-\frac{3}{2}x^2 + \frac{2}{3} = 0$ |

Esamina le equazioni assegnate negli esercizi dal 13 al 20 e risolvi i seguenti quesiti:

- indica quale equazione è di primo e quale di secondo grado;
- calcola le soluzioni di ogni equazione;
- interpreta graficamente le soluzioni ottenute;
- spiega perché la prima equazione ha una sola soluzione, mentre la seconda equazione ha due soluzioni coincidenti.

- | | |
|-------------------------|-----------------------|
| 13. $4x = 0$ | $4x^2 = 0$ |
| 14. $3x = 0$ | $3x^2 = 0$ |
| 15. $\frac{1}{4}x = 0$ | $\frac{1}{4}x^2 = 0$ |
| 16. $\frac{9}{4}x = 0$ | $\frac{9}{4}x^2 = 0$ |
| 17. $\frac{2}{3}x = 0$ | $\frac{2}{3}x^2 = 0$ |
| 18. $-2x = 0$ | $-2x^2 = 0$ |
| 19. $-\frac{1}{2}x = 0$ | $-\frac{1}{2}x^2 = 0$ |
| 20. $-\frac{5}{4}x = 0$ | $-\frac{5}{4}x^2 = 0$ |

Esamina le equazioni assegnate negli esercizi dal 21 al 32 e risolvi i seguenti quesiti:

- indica quale equazione è di primo e quale di secondo grado;
- determina le soluzioni di ogni equazione;
- interpreta graficamente le soluzioni ottenute;
- spiega perché la prima equazione ha una sola soluzione, mentre la seconda equazione non ha soluzioni reali.

21. $x + 9 = 0$	$x^2 + 9 = 0$
22. $x + 1 = 0$	$x^2 + 1 = 0$
23. $4x + 3 = 0$	$4x^2 + 3 = 0$
24. $9x + 1 = 0$	$9x^2 + 1 = 0$
25. $4x + 9 = 0$	$4x^2 + 9 = 0$
26. $\frac{1}{4}x + 1 = 0$	$\frac{1}{4}x^2 + 1 = 0$
27. $\frac{1}{4}x + 3 = 0$	$\frac{1}{4}x^2 + 3 = 0$
28. $x + 3 = 0$	$x^2 + 3 = 0$
29. $x + 5 = 0$	$x^2 + 5 = 0$
30. $2x + 9 = 0$	$2x^2 + 9 = 0$
31. $-\frac{4}{5}x - \frac{5}{4} = 0$	$-\frac{4}{5}x^2 - \frac{5}{4} = 0$
32. $-\frac{3}{2}x - \frac{2}{3} = 0$	$-\frac{3}{2}x^2 - \frac{2}{3} = 0$

Applicare la formula risolutiva

Gli esercizi dal 33 al 58 richiedono di:

- individuare i coefficienti di un'equazione di secondo grado;
- applicare la formula risolutiva per **risolvere equazioni che hanno due soluzioni razionali**
- verificare che le soluzioni sono esatte.

33. Completa la seguente tabella come mostrato dalla prima riga.

Equazione	Coefficienti	Formula risolutiva	Soluzioni	Verifica
$3x^2 + 7x + 2 = 0$	$a=3; b=7; c=2$	$x = \frac{-7 \pm \sqrt{7^2 - 4 \cdot 3 \cdot 2}}{2 \cdot 3} =$ $= \frac{-7 \pm \sqrt{25}}{6}$	$x_1 = \frac{-7-5}{6} = -2$ $x_2 = \frac{-7+5}{6} = -\frac{1}{3}$	$3(-2)^2 + 7(-2) + 2 = 0$ $3\left(-\frac{1}{3}\right)^2 + 7\left(-\frac{1}{3}\right) + 2 = 0$
$3x^2 - 7x + 2 = 0$				
$-4x^2 + 5x - 1 = 0$				
$4x^2 - 5x + 1 = 0$				

Esamina le equazioni assegnate negli esercizi dal 34 al 58 e, per ogni equazione, risolvi i seguenti quesiti:

- indica il valore dei coefficienti a , b , c ;
- applica la formula risolutiva per risolvere l'equazione;
- verifica che le soluzioni ottenute sono esatte.

- | | | |
|-----|-----------------------------------|--|
| 34. | $x^2+5x+4=0$ | $-x^2-5x-4=0$ |
| 35. | $x^2-5x+4=0$ | $-x^2+5x-4=0$ |
| 36. | $x^2-5x+6=0$ | $-x^2+5x-6=0$ |
| 37. | $2x^2-5x+3=0$ | $-3x^2+5x-2=0$ |
| 38. | $x^2-x-12=0$ | $12x^2+x-1=0$ |
| 39. | $-2x^2+x+6=0$ | $6x^2+x-2=0$ |
| 40. | $4x^2-x-3=0$ | $-3x^2-x+4=0$ |
| 41. | $x^2+2x-15=0$ | $15x^2-2x-1=0$ |
| 42. | $3x^2+2x-5=0$ | $-5x^2-2x+3=0$ |
| 43. | $x^2+3x-10=0$ | $-10x^2-3x+1=0$ |
| 44. | $5x^2-3x-2=0$ | $-2x^2+3x+5=0$ |
| 45. | $8x^2+10x-3=0$ | $8x^2-10x+3=0$ |
| 46. | $-x^2+10x-24=0$ | $-24x^2-10x+1=0$ |
| 47. | $5x^2+17x+6=0$ | $-6x^2+17x-5=0$ |
| 48. | $10x^2-17x+3=0$ | $-3x^2-17x-10=0$ |
| 49. | $5x^2+17x+6=0$ | $-6x^2+17x-5=0$ |
| 50. | $-x^2+\frac{1}{2}x+3=0$ | $x^2+\frac{1}{6}x-\frac{1}{3}=0$ |
| 51. | $\frac{4}{3}x^2-\frac{1}{3}x-1=0$ | $-\frac{3}{4}x^2-\frac{1}{4}x+1=0$ |
| 52. | $\frac{3}{5}x^2+\frac{2}{5}x-1=0$ | $-x^2-\frac{2}{5}x+\frac{3}{5}=0$ |
| 53. | $\frac{1}{5}x^2+\frac{3}{5}x-2=0$ | $-5x^2-\frac{3}{2}x+\frac{1}{2}=0$ |
| 54. | $\frac{5}{3}x^2-x-\frac{2}{3}=0$ | $-\frac{1}{2}x^2+\frac{3}{4}x+\frac{5}{4}=0$ |
| 55. | $2x^2+2,5x-0,75=0$ | $1,6x^2-2x+0,6=0$ |
| 56. | $-0,5x^2+5x-12=0$ | $-6x^2-2,5x+0,25=0$ |
| 57. | $x^2+3,4x+1,2=0$ | $-1,2x^2+3,4x-1=0$ |
| 58. | $x^2-1,7x+0,3=0$ | $-0,3x^2-1,7x-1=0$ |

Gli esercizi dal 59 al 76 richiedono di:

- applicare la formula risolutiva per **risolvere equazioni che hanno due soluzioni irrazionali**
- dare un valore approssimato delle soluzioni;
- distinguere tra soluzioni approssimate e soluzioni esatte

Esercizio guidato

Esamina l'equazione data nell'esercizio 59 e completa il procedimento qui sotto per risolvere i seguenti quesiti:

- applica la formula risolutiva per risolvere l'equazione;
- verifica che le soluzioni ottenute sono esatte;
- scrivi il valore approssimato delle soluzioni con una cifra dopo la virgola;
- sostituisci ad x le soluzioni approssimate ed esamina i risultati ottenuti.

59. $x^2 + x - 1 = 0$

Quesito (a)

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4 \cdot (-1)}}{2 \cdot 1} = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

Quesito (b)

- soluzione x_1 :

$$\left(\frac{-1-\sqrt{5}}{2}\right)^2 + \frac{-1-\sqrt{5}}{2} - 1 = \frac{1+5+2\sqrt{5}}{4} + \frac{-1-\sqrt{5}}{2} - 1 = \frac{6+2\sqrt{5}-2-2\sqrt{5}-4}{4} = \frac{0}{4} = 0$$

- soluzione x_2 :

.....

Quesito (c)

$$x_1 = \frac{-1-\sqrt{5}}{2} \approx -1,6$$

$$x_2 = \frac{-1+\sqrt{5}}{2} \approx 0,6$$

Quesito (d)

- soluzione $x_1 \approx -1,6$:

$$(-1,6)^2 + (-1,6) - 1 = -0,04$$

- soluzione $x_2 \approx 0,6$:

$$(\dots)^2 + \dots - 1 = \dots$$

Si conclude che le soluzioni esatte dell'equazione sono solo quelle espresse con frazioni e radicali; perciò, quando si sostituisce a x il valore approssimato di una soluzione, in generale non si ottiene 0.

Esamina le equazioni date negli esercizi da 60 a 76 e risolvi i seguenti quesiti:

- applica la formula risolutiva per risolvere l'equazione;
- verifica che le soluzioni ottenute sono esatte;
- scrivi il valore approssimato delle soluzioni con una cifra dopo la virgola;
- sostituisci ad x le soluzioni approssimate ed esamina i risultati ottenuti.

60. $x^2 - x - 1 = 0$

$$-x^2 + x + 1 = 0$$

61. $x^2 + 2x - 1 = 0$

$$-x^2 + 2x + 1 = 0$$

62. $2x^2 - 6x + 3 = 0$

$$-3x^2 + 6x - 2 = 0$$

63. $x^2 + x - 3 = 0$

$$-3x^2 + x + 1 = 0$$

64. $x^2 + x - 3 = 0$

$$-3x^2 + x + 1 = 0$$

- | | | |
|-----|----------------------------------|-------------------------------------|
| 65. | $x^2+4x+2=0$ | $-2x^2+4x-1=0$ |
| 66. | $x^2+3x+1=0$ | $-x^2+3x-1=0$ |
| 67. | $x^2-6x+6=0$ | $-6x^2+6x-1=0$ |
| 68. | $3x^2-9x+5=0$ | $-5x^2+9x-3=0$ |
| 69. | $13x^2-23x+9=0$ | $-9x^2+23x-13=0$ |
| 70. | $x^2-11x+25=0$ | $-5x^2+11x-5=0$ |
| 71. | $\frac{1}{2}x^2+3x+3=0$ | $-\frac{1}{2}x^2+3x-3=0$ |
| 72. | $\frac{1}{2}x^2+2x+1=0$ | $-\frac{1}{2}x^2-2x-1=0$ |
| 73. | $\frac{1}{4}x^2+3x+1=0$ | $-\frac{1}{4}x^2+3x-1=0$ |
| 74. | $\frac{1}{3}x^2+x-3=0$ | $-3x^2-x+\frac{1}{3}=0$ |
| 75. | $\frac{3}{5}x^2-2x+1=0$ | $-\frac{5}{3}x^2+\frac{10}{3}x-1=0$ |
| 76. | $\frac{7}{8}x^2+x-\frac{1}{4}=0$ | $-\frac{1}{4}x^2+x+\frac{7}{8}=0$ |

Sul discriminante di un'equazione di secondo grado

Riconoscere le soluzioni di un'equazione senza risolverla

Gli esercizi dal 77 al 92 chiedono di valutare il discriminante per stabilire se un'equazione ha soluzioni reali.

77. Completa la seguente tabella come mostrato nelle prime righe.

Equazione	Coefficienti	Discriminante $\Delta=b^2-4ac$	Tipo di soluzioni
$x^2-6x+8=0$	$a=1; b=-6; c=8$	$\Delta=(-6)^2-4 \cdot 1 \cdot 8=36-32=$ $4 > 0$	2 soluzioni reali e distinte
$x^2-6x+9=0$	$a=1; b=-6; c=9$	$\Delta=(-6)^2-4 \cdot 1 \cdot 9=36-36=$ 0	2 soluzioni reali e coincidenti
$x^2-6x+10=0$	$a=1; b=-6; c=10$	$\Delta=(-6)^2-4 \cdot 1 \cdot 10=36-40=$ $-4 < 0$	nessuna soluzione reale
$x^2+10x+5=0$			
$x^2+10x+25=0$			
$x^2+10x+30=0$			

Esamina le equazioni assegnate negli esercizi dal 78 al 92 e, di ogni equazione, calcola il discriminante per scegliere:

- a. l'equazione che ha due soluzioni reali e distinte;
- b. l'equazione che ha due soluzioni reali e coincidenti;
- c. l'equazione che non ha soluzioni reali.

78.	$x^2+8x+15=0$	$x^2+8x+16=0$	$x^2+8x+20=0$
79.	$x^2-2x+2=0$	$x^2-2x+1=0$	$x^2-2x-1=0$
80.	$x^2+10x+25=0$	$x^2+10x+30=0$	$x^2+10x+20=0$
81.	$16x^2-8x+1=0$	$16x^2-8x+2=0$	$5x^2-8x+2=0$
82.	$4x^2+4x+3=0$	$4x^2+4x+1=0$	$3x^2+4x+1=0$
83.	$25x^2-10x+1=0$	$5x^2-10x+1=0$	$25x^2-10x+4=0$
84.	$9x^2-6x+4=0$	$9x^2-6x+1=0$	$x^2-6x+4=0$
85.	$4x^2-12x+5=0$	$4x^2-12x+9=0$	$4x^2-12x+11=0$
86.	$16x^2+24x+9=0$	$16x^2+24x+13=0$	$10x^2+24x+9=0$
87.	$\frac{1}{4}x^2-x+1=0$	$\frac{1}{2}x^2-x+1=0$	$\frac{1}{8}x^2-x+1=0$
88.	$x^2+x+\frac{1}{4}=0$	$2x^2+x+\frac{1}{4}=0$	$x^2+2x+\frac{1}{4}=0$
89.	$4x^2+6x+\frac{9}{4}=0$	$4x^2+6x+\frac{7}{4}=0$	$\frac{5}{2}x^2+6x+\frac{9}{4}=0$
90.	$3x^2-2x+\frac{4}{3}=0$	$3x^2-2x+\frac{1}{3}=0$	$\frac{1}{3}x^2-2x+\frac{4}{3}=0$
91.	$2,5x^2-x+0,1=0$	$0,5x^2-x+0,1=0$	$2,5x^2-x+0,4=0$
92.	$0,8x^2-2,4x+1=0$	$0,8x^2-2,4x+1,8=0$	$0,8x^2-2,4x+2,2=0$