

Conosciamo meglio le equazioni di secondo grado. Esercizi.

Sulle equazioni incomplete

1. Completa la seguente tabella per risolvere le equazioni assegnate.

Equazione	Senza formula risolutiva	Con la formula	Soluzioni
$x^2-1=0$	$x^2=1$ da cui $x=\pm 1$	$a=1; b=0; c=-1$ $\Delta=0^2-4 \cdot 1 \cdot (-1)=4>0$ $x=\frac{0 \pm \sqrt{4}}{2}=\frac{\pm 2}{2}$	$x_1=-1; x_2=1$
$x^2+1=0$	$x^2=-1$	$a=1; b=0; c=1$ $\Delta=0^2-4 \cdot 1 \cdot 1=-4<0$	nessuna reale
$4x^2=0$	$x^2=0$ da cui $x=0$	$a=4; b=0; c=0$ $\Delta=0^2-4 \cdot 4 \cdot 0=0$ $x=0$	$x_1=x_2=0$
$x^2-4x=0$	$x(x-4)=0$ $\begin{cases} x=0 \\ x-4=0 \text{ da cui } x=4 \end{cases}$	$a=1; b=-4; c=0$ $\Delta=(-4)^2-4 \cdot 1 \cdot 0=16>0$ $x=0$	$x_1=0; x_2=4$
$-9x^2=0$			
$x^2-9=0$			
$x^2+9=0$			
$x^2+9x=0$			

Esamina le equazioni assegnate negli esercizi dal 2 al 14 e risolvi i seguenti quesiti:

- stabilisci quali equazioni sono incomplete e motiva la tua scelta;
- risolvi ogni equazione con il procedimento più breve;
- verifica che le soluzioni ottenute sono corrette.

2.	$16x^2=0$	$x^2+16=0$	$x^2+16x=0$	$x^2+x+16=0$
3.	$4x^2=0$	$4x^2+1=0$	$4x^2+x=0$	$4x^2-4x+1=0$
4.	$-4x^2+1=0$	$-4x^2=0$	$-4x^2+x+2=0$	$-4x^2+4x=0$
5.	$x^2-9=0$	$x^2+9=0$	$9x^2+x=0$	$9x^2+x-1=0$
6.	$2x^2=0$	$2x^2+x=0$	$2x^2+x-3=0$	$2x^2+3=0$
7.	$-3x^2+2=0$	$-3x^2+2x=0$	$-3x^2=0$	$-3x^2+x+1=0$
8.	$\frac{1}{4}x^2+1=0$	$\frac{1}{4}x^2+x-1=0$	$\frac{1}{4}x^2+x=0$	$\frac{1}{4}x^2=0$
9.	$-\frac{1}{4}x^2+9=0$	$-\frac{9}{4}x^2=0$	$-\frac{1}{4}x^2+9x=0$	$-\frac{1}{4}x^2+9x-80=0$
10.	$\frac{5}{3}x^2+1=0$	$\frac{5}{3}x^2=0$	$\frac{5}{3}x^2=0$	$\frac{5}{3}x^2+x-\frac{3}{5}=0$
11.	$-\frac{4}{3}x^2-3=0$	$-\frac{4}{3}x^2-3x=0$	$-\frac{4}{3}x^2=0$	$-\frac{4}{3}x^2+x+\frac{3}{4}=0$
12.	$1,2x^2-4,8=0$	$4,8x^2=0$	$1,2x^2-4,8x=0$	$1,2x^2-4,8x-0,5=0$
13.	$-0,5x^2=0$	$-0,5x^2+x=0$	$-0,5x^2+x+3,5=0$	$-0,5x^2+0,045=0$
14.	$-1,8x^2-3,6=0$	$3,6x^2=0$	$-1,8x^2-3,6x=0$	$-1,8x^2-3,6x-1,8=0$

Equazioni di secondo grado e calcoli con radicali

Gli esercizi dal 15 al 21 richiedono di risolvere equazioni di secondo grado che presentano radicali nei coefficienti e perciò richiedono di svolgere calcoli con radicali.

Risolvere le equazioni assegnate negli esercizi da 15 a 21.

15. $x^2 - \sqrt{2}x - 6 = 0$ $x^2 - \sqrt{2}x = 0$

16. $x^2 + \sqrt{3}x + 6 = 0$ $x^2 - \sqrt{3} = 0$

17. $\sqrt{2}x^2 - 3x + \sqrt{2} = 0$ $\sqrt{2}x^2 + 4 = 0$

18. $\sqrt{3}x^2 + 3x + 2\sqrt{3} = 0$ $\sqrt{3}x^2 = 0$

19. $\sqrt{5}x^2 + 3x + 2\sqrt{5} = 0$ $\sqrt{5}x^2 - \frac{1}{\sqrt{5}} = 0$

20. $5x^2 - \sqrt{10}x + 2 = 0$ $5x^2 - \sqrt{10}x = 0$

21. $x^2 + \sqrt{3}x - 6 = 0$ $x^2 + \sqrt{3} = 0$

Equazioni di secondo grado e calcolo letterale

Gli esercizi dal 22 al 43 richiedono di:

- applicare operazioni fra polinomi, prodotti notevoli e potenze di binomi per svolgere le operazioni indicate;
- applicare le nozioni sulle equazioni equivalenti per scrivere le equazioni nella forma:
 $ax^2 + bx + c = 0$
- risolvere le equazioni ottenute con il procedimento più breve.

Esamina le equazioni assegnate negli esercizi dal 22 al 43 e risolvi i seguenti quesiti:

- scrivi le equazioni nella forma:
 $ax^2 + bx + c = 0$
- determina le soluzioni reali delle equazioni ottenute;
- segnala le equazioni che non hanno soluzioni reali.

22.	$(3-2x)^2 - \left(\frac{3}{2}x-4\right)^2 = 56$	$[\pm 6]$	23.	$x(x-1) + x(x+1) = 2$	$[\pm 1]$
24.	$5(x-2)(x+1) + (x+1)^2 = 4x^2$	$[3; -1,5]$	25.	$(x-7)(x+7) + (x-7)^2 + 20 = 0$	$[2; 5]$
26.	$(2x-5)^2 - (x-4)^2 = 72$	$[-3; 7]$	27.	$(3x-4)^2 - (2x-5)^2 = 3$	$[-1, 2; 2]$
28.	$(x-3)^2 + (x-4)^2 = x$	$[2, 5; 5]$	29.	$(2x-1)^2 = 3(x-1)(x+1)$	$[2]$
30.	$(x-2)^3 - (x-2)^2(x-3) = 0$	$[2]$	31.	$(x-2)^3 - (x-2)^2(x-3) = 1$	$[3; 1]$
32.	$x^2(x-1) - x^2(x-5) = 0$	$[0]$	33.	$x^2(x-1) - x^2(x-5) = 1$	$[\pm 0, 5]$

34. $4(x-1)(x+2)-(x-1)^2=5(x+3)^2$ [-9; -3]
35. $(x-1)(x+2)+(x-2)(x+4)+x^2+10=0$ [0; -1]
36. $(x^2-2)(x+2)+6x^2=x(x+2)^2$ [-0,5; 2]
37. $(x^2-1)(x-2)^2=(x-2)^2(x-1)^2$ [1; 2]
38. $(2x-1)(x+2)+7=2[3x^2-x(x-3)]$ [1; -2,5]
39. $2x-\frac{3}{2}=\frac{x}{2}+\frac{x^2-2}{4}$ [3±√5]
40. $\frac{x(x+2)}{4}-\frac{x(5-x)}{3}=\frac{x^2}{2}$ [0;14]
41. $\frac{x^2}{3}+6-6x+\frac{x(x+2)}{2}=\frac{(x-3)x}{3}$ [2; 6]
42. $\frac{1}{3}(x-2)+(x-1)(x+1)=\frac{x}{2}(x-1)+\frac{2}{3}x$ [-2; $\frac{5}{3}$]
43. $\frac{(x+1)(x-1)}{6}+\frac{1}{3}[2-(x-1)]=\frac{2}{3}$ [1]

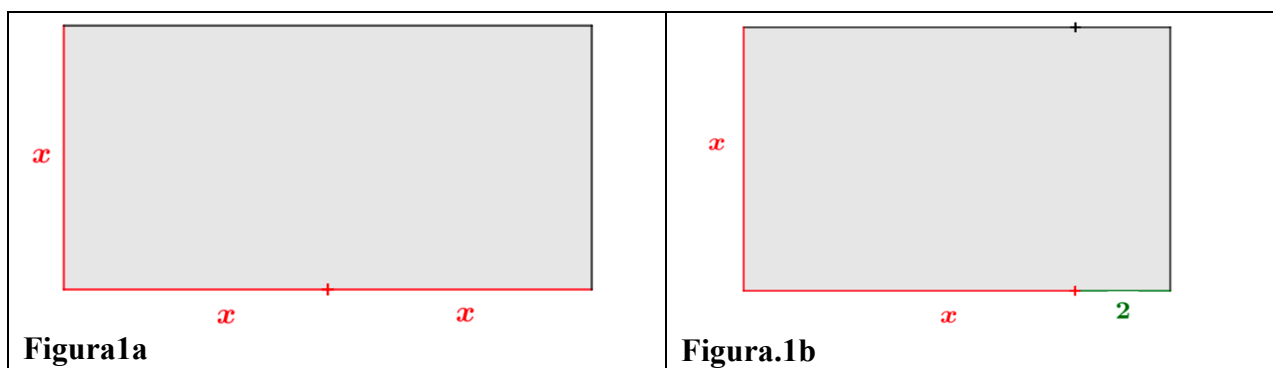
Problemi che conducono a risolvere equazioni di secondo grado

Per risolvere i problemi dal numero 44 al numero 81 percorri i passi indicati nella lezione e richiamati qui sotto:

- visualizza il problema con una figura;
- scegli l'incognita x , se non è data dal testo del problema;
- precisa le limitazioni dell'incognita;
- traduci il problema in un'equazione che lega i dati all'incognita;
- risolvi l'equazione;
- controlla che le soluzioni siano esatte.

Problemi di geometria che richiedono di calcolare l'area di figure piane

44. In un rettangolo la base è il doppio dell'altezza e l'area è 50cm². Determinare le dimensioni del rettangolo (fig. 1a).
45. In un rettangolo la base supera di 2cm l'altezza e l'area è 48cm². Determinare le dimensioni del rettangolo (fig. 1b).



46. In fig. 2 è rappresentato un quadrato ABCD con il lato lungo 20; si è quindi disegnato il quadrato A'B'C'D' prolungando i lati di ABCD di uno stesso segmento nello stesso verso.

Risolvere i seguenti quesiti:

- determinare la lunghezza del segmento in modo che A'B'C'D' abbia l'area cinque volte più grande di quello di ABCD;
- interpretare dal punto di vista geometrico i risultati ottenuti.

[Scegliendo l'incognita $BB'=x$, si hanno le soluzioni: $x_1=-40$; $x_2=20$]

47. In fig. 3 è rappresentato un triangolo equilatero ABC con il lato lungo 4; si è quindi disegnato il trapezio ACDE con la seguente costruzione:

- si sono prolungati i lati AB e CB dalla stessa parte di B di uno stesso segmento, ottenendo i punti D ed E;
- si sono congiunti i punti A, C, D, E.

Risolvere i seguenti quesiti:

- determinare la lunghezza del segmento in modo che l'area del trapezio sia $\frac{25}{16}$ dell'area del triangolo;
- interpretare dal punto di vista geometrico i risultati ottenuti.

[Scegliendo l'incognita $BD=x$, si hanno le soluzioni: $x_1=-9$; $x_2=1$]

48. A partire dalla stessa costruzione illustrata in fig. 3, risolvere i seguenti quesiti:
- determinare la lunghezza del segmento in modo che l'area del trapezio sia quattro volte l'area del triangolo;
 - interpretare dal punto di vista geometrico i risultati ottenuti;
 - dire quale particolarità presenta il trapezio così ottenuto.

[Scegliendo l'incognita $BD=x$, si hanno le soluzioni: $x_1=-12$; $x_2=4$]

49. Disegnare un rettangolo ABCD, con il lato AB lungo 8 e il lato BC lungo 6; effettuare quindi la seguente costruzione:

- fissare sui lati AB, BC, CD, DA i punti M, N, P, Q in modo che risulti:

$$AM=CN=CP=AQ$$

- congiungere i punti ottenuti, disegnando il quadrilatero MNPQ.

Risolvere i seguenti quesiti:

- determinare la lunghezza del segmento AM in modo che l'area del quadrilatero sia la quarta parte dell'area del rettangolo;
- interpretare dal punto di vista geometrico i risultati ottenuti;
- dire quale particolarità presenta il quadrilatero così ottenuto.

[Scegliendo come incognita $x=AM$, si ottengono le soluzioni: $x_1=1$; $x_2=6$]

50. Un punto P varia su un segmento AB lungo 2. Si costruisce su AP il triangolo equilatero APQ, su PB (dalla parte opposta rispetto ad AB) il quadrato PBRS e si congiunge A con S ottenendo il poligono concavo AQPBRs rappresentato in fig. 4.

- determinare la posizione di P per cui l'area del poligono vale 4;
- interpretare dal punto di vista geometrico i risultati ottenuti.

[Scegliendo come incognita $x = AP$, si ottengono le soluzioni: $x_1=0$; $x_2=\frac{12}{\sqrt{3}+2}$]

Figura 2

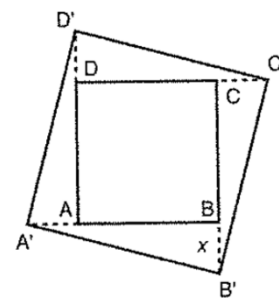


Figura 3

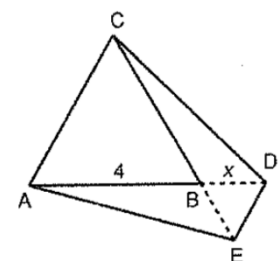
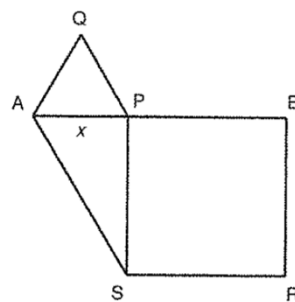


Figura 4



Problemi di geometria piana che richiedono di applicare il teorema di Pitagora

51. La diagonale di un quadrato supera di 1 il lato. Determinare il lato e la diagonale del quadrato.

52. Determinare la lunghezza dei lati a e b di un rettangolo che ha la diagonale lunga 10 e un lato che è $\frac{3}{4}$ dell'altro. [$a=6$; $b=8$]

53. Un triangolo rettangolo ha l'ipotenusa c lunga 5, mentre la differenza fra le lunghezze dei cateti a e b vale 1. Determinare la lunghezza dei cateti. [$a=4$; $b=3$]

54. Ciascuno dei lati uguali di un triangolo isoscele è $\frac{5}{8}$ della base e l'altezza relativa alla base è lunga 6; determinare la lunghezza del lato a e della base b del triangolo. [$a=10$; $b=16$]

55. È dato un rettangolo ABCD, con il lato AB lungo 12 e il lato BC lungo 8. Considerare un punto P sul lato DC e congiungere P con A e con B; risolvere i seguenti quesiti:
- determinare la posizione di P per cui risulta:
 $PA^2 + PB^2 = AC^2$
 - interpretare dal punto di vista geometrico le soluzioni ottenute.
 [Indicando con x la distanza DP si ottengono le soluzioni: $x_1=4$; $x_2=8$]

Problemi di geometria analitica

56. Sono date le parabole descritte dalle equazioni qui sotto:

$$A. y = -\frac{1}{2}x^2 + x \quad B. y = \frac{1}{2}x^2 - x \quad C. y = x^2 - 2x$$

A partire da ogni parabola risolvi i seguenti quesiti:

- Calcola le coordinate degli eventuali punti di intersezione con l'asse delle x.
- Determina le coordinate del vertice V e traccia il grafico della parabola.
- Rispondi alle seguenti domande e motiva ogni risposta:
 - le tre parabole hanno lo stesso grafico?
 - che cosa puoi dire delle intersezioni delle tre parabole con l'asse delle x?
 - le tre equazioni $D. -\frac{1}{2}x^2 + x = 0$ $E. \frac{1}{2}x^2 - x = 0$ $F. x^2 - 2x = 0$ hanno le stesse soluzioni?

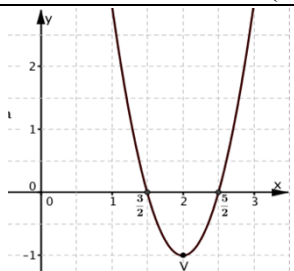
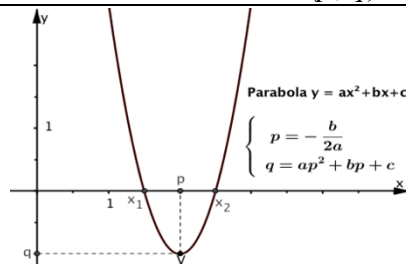
57. Sono date le parabole descritte dalle equazioni qui sotto:

$$A. y = -\frac{1}{4}x^2 + x - 1 \quad B. y = -\frac{1}{4}x^2 + x + 3 \quad C. y = -\frac{1}{4}x^2 + x - 2$$

A partire da ogni parabola risolvi i seguenti quesiti:

- Calcola le coordinate degli eventuali punti di intersezione con l'asse delle x.
- Puoi prevedere con i soli calcoli quale parabola è secante, quale tangente e quale esterna all'asse x?
- Determina le coordinate del vertice V e traccia il grafico della parabola.

58. Completa la seguente tabella

ESEMPIO NUMERICO	IN GENERALE
$4x^2 - 16x + 15 = 0$	$ax^2 + bx + c = 0$
L'equazione è collegata alla parabola qui sotto	
$y = 4x^2 - 16x + 15$ con vertice $V(2; -1)$	$y = ax^2 + bx + c$ con vertice $V(p; q)$
	
e quindi può essere scritta nella forma seguente	
$y = 4(x - 2)^2 - 1$	$y = a(x - p)^2 + q$
L'equazione $4x^2 - 16x + 15 = 0$ può essere scritta come $4(x - 2)^2 - 1 = 0$ da cui $(x - 2)^2 = \dots \Rightarrow x - 2 = \dots \Rightarrow x = \dots$ Quindi le due soluzioni sono: $x_1 = \dots - \dots = \dots$ $x_2 = \dots - \dots = \dots$	L'equazione $ax^2 + bx + c = 0$ può essere scritta come $\dots = 0$ da cui $(x - p)^2 = \dots \Rightarrow x - p = \dots \Rightarrow x = \dots$ Quindi le due soluzioni sono: $x_1 = p - \sqrt{-\frac{q}{a}}$ $x_2 = p + \sqrt{-\frac{q}{a}}$

59. Di una parabola con l'asse di simmetria parallelo all'asse delle y sai che:

$$a = \frac{1}{2} \text{ e il vertice è } V(1; -2)$$

Risolvi i seguenti quesiti con i procedimenti che ti sembrano più rapidi, dopo aver risolto l'esercizio 150.

- Scrivi l'equazione della parabola e tracciane il grafico.
- Calcola le ascisse dei punti A e B di intersezione della parabola con l'asse delle x .

60. Dopo aver risolto l'esercizio 150, spiega perché sono vere le seguenti affermazioni relative a una parabola che ha vertice $V(p, q)$.

- La parabola non interseca l'asse delle x , se q ed a hanno segno concorde.
- La parabola interseca l'asse delle x , se q ed a hanno segno discorde
- La parabola è tangente all'asse delle x , se $q = 0$.

61. Dopo aver risolto l'esercizio 150, confronta le due formule per risolvere un'equazione di 2° grado riscritte qui sotto:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \text{ con } \Delta = b^2 - 4ac \quad \text{e} \quad x = p \pm \sqrt{-\frac{q}{a}} \text{ con } p = -\frac{b}{2a}$$

e spiega perché l'ordinata q del vertice è legata a Δ dalla relazione $\Delta = -4aq$

62. È data la circonferenza di equazione $(x - 2)^2 + y^2 = 4$; risolvi i seguenti quesiti:

- Calcola le coordinate dei punti A e B di intersezione della circonferenza con l'asse delle x .
- Determina centro e raggio della circonferenza e tracciane il grafico.
- Spiega perché il segmento AB è un diametro della circonferenza.

63. È data la circonferenza di equazione $x^2 + y^2 + 4x + 4 = 0$; risolvi i seguenti quesiti:

- Spiega perché la circonferenza è tangente all'asse della x nel punto T e calcola le coordinate di T.
- Determina centro e raggio della circonferenza e tracciane il grafico.

64. Disegnare la parabola d'equazione $y = x^2 - 4x + 6$ e le seguenti rette:

$$y = 1 \quad y = 2 \quad y = 3$$

Risolvere i seguenti quesiti:

- determinare i punti d'intersezione di ciascuna retta con la parabola;
- stabilire quale retta è secante, quale è tangente e quale è esterna.

65. Disegnare la parabola $y = -x^2 + 4x$, che interseca l'asse delle x nei punti O e A; considerare un punto B variabile sull'arco OA di parabola e costruire il triangolo OAB. Risolvere i seguenti quesiti:

- determinare le coordinate del punto A;
- determinare l'ascissa del punto B in modo che l'area del triangolo valga $S = 6$.

[Tenere presente che l'altezza del triangolo corrisponde all'ordinata di B; si ottengono per l'ascissa di B le soluzioni: $x_1 = 1$; $x_2 = 3$]

66. In fig. 10 è rappresentata la parabola d'equazione $y = -\frac{1}{4}x^2 + x$, che interseca l'asse delle x nei punti O e A; si è quindi disegnato un trapezio che ha come base maggiore OA e come base minore una corda BC della parabola parallela a OA. Risolvere i seguenti quesiti:

- determinare le coordinate del punto A;
- determinare l'ascissa del punto B in modo che l'area del trapezio valga $S = \frac{9}{4}$.

[Tenere presente che il trapezio è simmetrico rispetto alla retta KH; si ottengono

$$\text{le soluzioni: } x_1 = 1; x_2 = \frac{7 - \sqrt{13}}{2}]$$

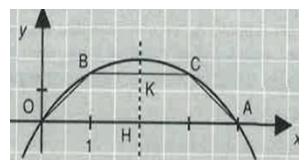


Fig. 10

Problemi di fisica

67. Lo spazio di frenata d (in metri) di un'automobile su una strada bagnata è legato alla velocità v (in chilometri all'ora) dalla legge $d = 0,01v^2$. La polizia sul luogo di un incidente rileva uno spazio di frenata lungo 25 metri. Qual era la velocità dell'automobile al momento della frenata?
68. Un sasso viene lasciato cadere dall'alto di una torre nelle vicinanze della Terra. Trascura la resistenza dell'aria per risolvere i seguenti quesiti:
- spiega perché il sasso si allontana dal punto di inizio caduta seguendo la legge $s = 5t^2$ e precisa il significato delle lettere s, t .
 - calcola quanto tempo impiega il sasso per scendere di 20 metri.
69. Un sasso viene lanciato nelle vicinanze della Terra con una velocità iniziale verticale verso l'alto di 8m/s. Trascura la resistenza dell'aria per risolvere i seguenti quesiti:
- spiega perché il sasso si allontana dal punto di lancio seguendo la legge $s = -5t^2 + 8t$ e precisa il significato delle lettere s, t .
 - calcola quanto tempo impiega il sasso a ripassare per il punto di lancio.
70. Un sasso viene lanciato nelle vicinanze della Terra con una velocità iniziale verticale verso il basso di 10m/s. Trascura la resistenza dell'aria per risolvere i seguenti quesiti:
- spiega perché il sasso si allontana dal punto di lancio seguendo la legge $s = 5t^2 + 10t$ e precisa il significato delle lettere s, t .
 - calcola quanto tempo impiega il sasso percorrere 15m.

Problema guidato

71. Profondità di un canyon

Lascio cadere un sasso dal bordo del canyon e dopo 8 secondi mi arriva il rumore dell'impatto col fondo. Quanto tempo impiega il sasso a raggiungere il fondo? Quanto è profondo il canyon? Completa la risoluzione del problema.

Il sasso si muove in caduta libera dal bordo al fondo del canyon e percorre la distanza y in un tempo x (che non so). Legge del moto $s = 5t^2 \Rightarrow \dots = 5x^2$

Il suono parte dal fondo del canyon e percorre la stessa distanza y in un tempo $8 - x$ per arrivare al mio orecchio. Legge del moto $s = 340t \Rightarrow \dots = 340(8 - x)$

Nel tempo x ho che $5x^2 = 340(8 - x) \Rightarrow 5x^2 + \dots = 0$. Divido i due membri per 5 e ottengo

$x^2 + \dots = 0$ da cui $\Delta = \dots$ $x = \dots$ e accetto la soluzione positiva $x_2 \cong \dots$

L'altezza y del pozzo è data da $y = 5 \dots \cong \dots$

Problemi vari

Problema guidato

72. Deposito in banca un capitale di 12 000 €. Alla scadenza del primo anno deposito sullo stesso conto il capitale con gli interessi maturati. Alla scadenza del secondo anno ritiro la somma di 12 854,7 euro. Completa il procedimento qui sotto per calcolare il tasso di interesse x dato dalla banca.

- Alla fine del primo anno ho un capitale $C_1 = 12\,000 + 12\,000x = 12\,000(1 + \dots)$

- Alla fine del secondo anno ho un capitale $C_2 = C_1 + C_1x = C_1(1 + \dots) = 12\,000(1 + \dots)^2$

Otengo l'equazione $12\,000(1 + \dots)^2 = 12\,854,7$

Divido i due membri per 12 000 e ottengo $(1 + \dots)^2 = \dots \Rightarrow 1 + \dots = \pm \dots$

Da cui $x = \dots$. Infine, accetto solo la soluzione positiva e trovo $x \cong \dots = \dots\%$

Problema guidato

73. Deposito in banca un capitale di 25000 € a un tasso di interesse annuo x . Alla scadenza del primo anno deposito sullo stesso conto il capitale e gli interessi maturati, così la banca aumenta il tasso di interesse dello 0,5%. Alla fine di due anni ritiro la somma di 26291,10 €. Completa il procedimento qui sotto per calcolare i tassi di interesse dati dalla banca in questi due anni.

- Alla fine del 1° anno il capitale è $C_1 = 25\,000 + 25\,000x = 25\,000(1 + \dots)$

- Alla fine del 2° anno il capitale è $C_2 = C_1 + C_1(x + 0,05) = C_1(\dots + \dots) = 25\,000(1 + \dots)(\dots + \dots)$

Otengo l'equazione $25\,000(1 + \dots)(\dots + \dots) = 26\,291,10$

Divido i due membri per 25 000 e ottengo $(1 + \dots)(\dots + \dots) = \dots \Rightarrow x^2 + \dots = 0$

Risolvero l'equazione e trovo $\Delta = \dots x = \dots$, di cui accetto solo la soluzione positiva

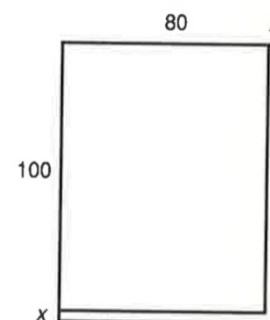
$x_2 = \dots \cong \dots \cong \dots$ %, che dà l'interesse alla fine del 1° anno.

L'interesse alla fine del 2° anno è $x_2 + \dots \cong \dots \cong \dots$ %.

74. Da un foglio rettangolare lungo 10 cm e largo 8 cm viene tagliata una striscia di larghezza uniforme da ciascuno dei suoi lati; rimane così un rettangolo di area 24 cm². Quanto è larga la striscia tagliata? [2 cm]

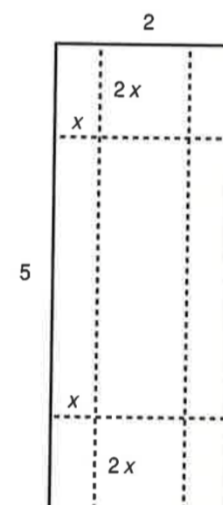
75. Su due lati di un terreno rettangolare che ha le dimensioni lunghe 80 m e 100 m si vuole costruire una strada (fig. 11), utilizzando 736 m² acquistati da un terreno vicino; quanto sarà larga la strada? [4 m]

Figura 11



76. Un tipografo deve preparare un cartellone pubblicitario con i seguenti vincoli (fig. 12):
- il tabellone deve avere le dimensioni di 2 m e 5 m;
 - deve essere lasciato un margine destro e sinistro uguale;
 - deve essere lasciato un margine inferiore e superiore uguale, doppio del margine laterale;
 - l'immagine e la parte scritta debbono occupare 3 m².
- Quali sono i margini da lasciare? [0,5 e 1]

Figura 12



77. Determinare due numeri interi positivi consecutivi, sapendo che il loro prodotto vale 462.

[Si possono indicare i due numeri con x e $x+1$; i numeri sono 21 e 22]

78. Determinare tre numeri interi positivi consecutivi, sapendo che la somma dei loro quadrati è 110.

[Si possono indicare i tre numeri con $x-1$, x , $x+1$; i numeri sono 5, 6 e 7]

79. Determinare cinque numeri interi positivi consecutivi in modo che la somma dei quadrati dei primi tre sia uguale alla somma dei quadrati degli ultimi due.

[I numeri sono 10, 11, 12, 13 e 14]

80. Determinare tre numeri dispari positivi consecutivi, sapendo che la somma dei loro quadrati vale 251.

[Si possono indicare i tre numeri con $2x-1$, $2x+1$, $2x+3$; i numeri sono 7, 9 e 11]

81. Determinare tre numeri pari positivi consecutivi, sapendo che la somma dei loro quadrati vale 200.

[Si possono indicare i tre numeri con $2x-2$, $2x$, $2x+2$; i numeri sono 6, 8 e 10]

Sulle relazioni fra soluzioni e coefficienti di un'equazione di secondo grado

Scrivere un'equazione che le due soluzioni reali assegnate

82. Completa la seguente tabella come mostra la prima riga.

Soluzioni reali x_1 e x_2	Equazione nella forma $a(x - x_1)(x - x_2) = 0$	Calcola $b = -a(x_1 + x_2)$, $c = a x_1 \cdot x_2$	Equazione nella forma $ax^2 + bx + c = 0$
$x_1 = 1$, $x_2 = 4$ $a = 2$	$2(x - 1)(x - 4) = 0$	$b = -2(1 + 4) = -10$ $c = 2 \cdot 1 \cdot 4 = 8$	$2x^2 - 10x + 8 = 0$
$x_1 = -3$, $x_2 = 2$ $a = 1$	$(x + 3)(\dots\dots\dots) = 0$		
$x_1 = \frac{1}{2}$, $x_2 = \frac{2}{3}$ $a = 6$	$6\left(x - \frac{\dots}{\dots}\right)\left(x - \frac{\dots}{\dots}\right) = 0$		
$x_1 = 0$, $x_2 = -\frac{1}{4}$ $a = 4$			
$x_1 = x_2 = 5$ $a = -1$			

Scrivi le equazioni di secondo grado che hanno le seguenti caratteristiche:

- hanno il coefficiente $a = 1$;
- hanno le soluzioni assegnate negli esercizi da 83 a 93

83. $x_1=0$, $x_2=2$; $x_1=-2$, $x_2=0$; $x_1=x_2=0$
84. $x_1=-2$, $x_2=2$; $x_1=x_2=2$; $x_1=x_2=-2$
85. $x_1=-1$, $x_2=2$; $x_1=-2$, $x_2=1$; $x_1=x_2=2$
86. $x_1=1$, $x_2=9$; $x_1=-1$, $x_2=9$; $x_1=-9$ $x_2=-1$
87. $x_1=\frac{1}{4}$, $x_2=4$; $x_1=-4$, $x_2=\frac{1}{4}$; $x_1=-4$ $x_2=-\frac{1}{4}$
88. $x_1=0$, $x_2=\frac{3}{2}$; $x_1=-\frac{3}{2}$, $x_2=\frac{3}{2}$; $x_1=x_2=-\frac{3}{2}$
89. $x_1=\frac{4}{5}$, $x_2=\frac{5}{4}$; $x_1=-\frac{4}{5}$, $x_2=\frac{5}{4}$; $x_1=-\frac{5}{4}$ $x_2=-\frac{4}{5}$
90. $x_1=0$, $x_2=\sqrt{5}$; $x_1=-\sqrt{5}$, $x_2=\sqrt{5}$; $x_1=x_2=-\sqrt{5}$
91. $x_1=\sqrt{2}$, $x_2=\sqrt{8}$; $x_1=-\sqrt{8}$, $x_2=\sqrt{2}$; $x_1=x_2=-\sqrt{8}$
92. $x_1=\frac{1}{\sqrt{3}}$, $x_2=\sqrt{3}$; $x_1=-\sqrt{3}$, $x_2=\sqrt{3}$; $x_1=-\sqrt{3}$, $x_2=-\frac{1}{\sqrt{3}}$
93. $x_1=\frac{1}{\sqrt{3}}$, $x_2=\frac{1}{\sqrt{2}}$; $x_1=-\sqrt{3}$, $x_2=\sqrt{2}$; $x_1=-\frac{1}{\sqrt{2}}$, $x_2=-\frac{1}{\sqrt{3}}$

Risolvere un'equazione di secondo grado 'a vista'

94. Completa la seguente tabella come mostra la prima riga.

Equazione nella forma $a(x - x_1)(x - x_2) = 0$	Soluzioni x_1 e x_2
$3(x - 2)(x + 5) = 0$	$x_1 = 2, x_2 = -5$
$-4(x + 3)(x - 5) = 0$	
$2x \left(x - \frac{1}{2}\right) = 0$	
$-4 \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 = 0$	
$\frac{1}{4}x^2 = 0$	

Esamina le equazioni assegnate negli esercizi da 95 a 100 e risolvi i seguenti quesiti:

- risolvi 'a vista' ogni equazione;
- verifica che le soluzioni siano esatte

95. $2(x + 2)(x - 1) = 0$ $-3x(x + 4) = 0$ $4(x - 3)(x + 3) = 0$

96. $-4x^2 = 0$ $(x - 4)^2 = 0$ $-2x(x - 1) = 0$

97. $x(x + 5) = 0$ $(x - 5)(x + 5) = 0$ $(x + 5)^2 = 0$

98. $(x + 6)^2 = 0$ $9x^2 = 0$ $(x - 6)(x + 6) = 0$

99. $3x \left(x - \frac{2}{3}\right) = 0$ $9 \left(x + \frac{2}{3}\right)^2 = 0$ $\left(x - \frac{2}{3}\right) \left(x + \frac{2}{3}\right) = 0$

100. $\frac{3}{4}x^2 = 0$ $5x \left(x + \frac{3}{5}\right) = 0$ $\left(x - \frac{3}{2}\right) \left(x + \frac{5}{2}\right) = 0$

101. Completa la seguente tabella come mostra la prima riga.

Equazione nella forma $ax^2 + bx + c = 0$ con soluzioni intere	Ricava x_1 e x_2 da $b = -a(x_1 + x_2), c = a x_1 \cdot x_2$
$x^2 - 3x + 2 = 0$	$x_1 + x_2 = 3$ e $x_1 \cdot x_2 = 2$ $x_1 = 1$ e $x_2 = 2$
$x^2 - 3x + 2 = 0$	
$x^2 + 4x - 5 = 0$	
$x^2 - 4x - 5 = 0$	

Esamina le equazioni con soluzioni intere assegnate negli esercizi da 102 a 115 e risolvi i seguenti quesiti:

- a. risolvi 'a vista' ogni equazione;
- b. verifica che le soluzioni siano esatte.

102.	$x^2-6x+5=0$	$x^2+6x+5=0$	103.	$x^2-8x+7=0$	$x^2+8x+7=0$
104.	$x^2-14x+13=0$	$x^2+14x+13=0$	105.	$x^2-11x+10=0$	$x^2+11x+10=0$
106.	$x^2-5x+6=0$	$x^2+5x+6=0$	107.	$x^2-7x+6=0$	$x^2+7x+6=0$
108.	$x^2-4x+4=0$	$x^2+4x+4=0$	109.	$x^2-5x+4=0$	$x^2+5x+4=0$
110.	$x^2-7x+10=0$	$x^2+7x+10=0$	111.	$x^2-4x-5=0$	$x^2+4x-5=0$
112.	$x^2-6x+7=0$	$x^2+6x+7=0$	113.	$x^2-x-6=0$	$x^2+x-6=0$
114.	$x^2-3x-10=0$	$x^2+3x-10=0$	115.	$x^2-x-12=0$	$x^2+x-12=0$