

Verifiche

Conoscenze

- ① In che modo si riconosce un sistema di 1° grado?
- ② In quale forma si scrive abitualmente un sistema di 1° grado in due equazioni e due incognite?
- ③ Illustrare la regola di Cramer per risolvere un sistema di 1° grado in due equazioni e due incognite.
- ④ Che cosa significa il termine «sistema indeterminato»? Quali risultati dà la regola di Cramer nel caso dei sistemi indeterminati?
- ⑤ Che cosa si conclude se il determinante dei coefficienti vale 0?
- ⑥ Come si verifica se un sistema è o non è risolubile?

Comprensione

- ① Si può risolvere un sistema senza ricordare la regola di Cramer?
- ② Come si può verificare se la soluzione di un sistema è esatta?
- ③ Esaminare il seguente sistema:

$$\begin{cases} x=y \\ x+y=4 \end{cases}$$

e trovare l'errore nella seguente affermazione:

Il sistema non è risolubile, perché determinante dei coefficienti è:

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 1-1=0$$

- ④ Risolvere il sistema precedente in due modi:
 - applicando correttamente la regola di Cramer;
 - con il metodo di sostituzione.
 Con quale metodo i calcoli sono più rapidi?
- ⑤ È dato il seguente sistema, formato da due equazioni equivalenti:

$$\begin{cases} ax+by=h \\ max+mby=mh \end{cases}$$

Verificare che i tre determinanti presenti nella regola di Cramer valgono tutti zero.

- ⑥ Del sistema:

$$\begin{cases} ax+by=h \\ cx+dy=k \end{cases}$$

si sa soltanto che i tre determinanti della regola di Cramer valgono zero; verificare che il sistema è indeterminato completando il ragionamento impostato qui sotto.

- Se il determinante dei coefficienti vale 0, si ha:

$$ad-bc=0 \text{ cioè } ad=bc$$

Questo vuol dire che risulta:

$$\frac{c}{a} = \frac{d}{b} = m$$

cioè:

$$c=ma \text{ e } d=mb$$

- Se vale 0 anche un secondo determinante si ha, per esempio:

$$dh-bk=0 \text{ cioè } \dots\dots\dots$$

Questo vuol dire che risulta:

$$\frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} = \frac{d}{b} = m$$

cioè anche:

$$k=mh$$

Perciò le due equazioni del sistema assegnato sono

Applicazioni

- ① Risolvere il seguente sistema con il metodo che si ritiene più opportuno.

$$\begin{cases} x-4y=4 \\ x=5y \end{cases}$$

Verificare che la soluzione ottenuta è esatta.

- ② Risolvere il seguente sistema con il metodo che si ritiene più opportuno.

$$\begin{cases} 20x-13y=-11 \\ 4x+3y=9 \end{cases}$$

Verificare che la soluzione ottenuta è esatta.

- ③ Fra i sistemi seguenti individuare quello risolubile, motivando la scelta.

$$\begin{cases} 12x-8y=4 \\ 3x-2y=1 \end{cases} \quad \begin{cases} 12x-8y=0 \\ 3x-2y=1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x-2y=0 \\ 3x-2y=1 \end{cases}$$